

Τα Μαθηματικά στην προσχολική ηλικία και στο νηπιαγωγείο



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΧΕΛΙΔΩΝΙ

ΟΔΗΓΟΣ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΟΥ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ **NUFFIELD**

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΥ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ **NUFFIELD**

Τα Μαθηματικά στην προσχολική ηλικία και στο νηπιαγωγείο

Επιμέλεια - Μετάφραση
Τάσος Ανθουλιάς



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΧΕΛΙΔΩΝΙ - ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

Έποπτικό συμβούλιο

Πρόεδρος Professor W H Cockcroft
 J W G Boucher
 R C Lyness
 Miss B M Mogford (1964-1966)
 H S Mullaly (from 1966)
 R Openshaw
 N Payne (from 1967)
 D R F Roseveare
 J Shanks (from 1966)
 A G Sillitto (died 1966)
 P F Surman
 Dr D R Taunt
 Mrs D E Whittaker (from 1967)
 F Woolaghan
 Professor J Wrigley

Συντονιστής

Professor G Matthews

Μέλη της Όμαδας Έργασίας

1964 – 1966	J W G Boucher G B Corston H Fletcher Miss B A Jackson D E Mansfield Miss B M Mogford	1967 – 1968	E A Albany D R Brighton Miss I Campbell Miss R K Tobias A G Vosper
1966 – 1967	D R Brighton Miss I Campbell H Fletcher D E Mansfield J H D Parker Miss R K Tobias A G Vosper	1968 – 1969	E A Albany D R Brighton A G Vosper
		1969 – 1970	E A Albany D E Jones J H D Parker A G Vosper

Σχεδιαστές

Dodd & Dodd

Πρόλογος στήν έλληνική έκδοση του Προγράμματος γιά τα Μαθηματικά τού 'Ιδρυματος Νάφιλντ.

Τό Πρόγραμμα γιά τα Μαθηματικά τού 'Ιδρυματος Νάφιλντ ξεκίνησε ένω έπικρατούσε σ' αύτόν τόν τομέα μιά κατάσταση άθεβαιότητας και άπαισι-οδοξίας. Οι παλιές μέθοδοι γιά τή διδασκαλία τών Μαθηματικών στά μικρά παιδιά είχαν πλατιά άμφισθητηθεί καθώς όδηγούσαν στή σύγχιση και στήν άπέχθεια γι' αύτό τό άντικείμενο. Οι άναθεωρήσεις πού είχαν γίνει ήταν έπισης ξεπερασμένες – ύπηρχαν πολλά τεχνητά προβλήματα άσχετα μέ τίς άνάγκες τού είκοστού αιώνα.

'Η άναγκή γιά μεταρρύθμιση στά Μαθηματικά (καθώς και στίς φυσικές έπιστημες) δέν περιορίζόταν στήν 'Αγγλία, άλλα παρόμοια προβλήματα είχαν παρουσιαστεί χωρίς ύπερβολή σ' όλο τόν κόσμο. 'Ετσι, τό Πρόγραμμα τού 'Ιδρυματος Νάφιλντ χρησιμοποιήθηκε σέ πολλές χώρες και μεταφράστηκε σέ πολλές γλώσσες.

Είναι ίδιαίτερα εύχαριστο πώς ή έργασία μας αύτή μπορεῖ νά θεωρηθεί κατάλληλη γιά τήν 'Ελλάδα. Ήσως αύτό νά βοηθήσει στήν άνάπτυξη τών παραδοσιακών δεσμών φιλίας άνάμεσα στίς χώρες μας και ν' άποτελέσει μιά συμβολική έκφραση εύχαριστίας, όπωσδήποτε πολύ μικρή, γιά τή μεγάλη μαθηματική κληρονομιά πού ή 'Ελλάδα άφησε στόν κόσμο.

Geoffrey Matthews
Professor of Mathematics Teaching
University of London

Γενική Εισαγωγή

Σκοπός τοῦ Προγράμματος γιά τά Μαθηματικά τοῦ Ίδρυματος Νάφιλντ είναι νά σχεδιάσει μιά «σύγχρονη προσέγγιση γιά παιδιά άπό 5 ώς 13 χρόνων». Τά βιβλία – δόηγοί δέν περιλαμβάνουν μιά έντελως νέα υλη. Ή έμφαση δίνεται περισσότερο στό «πώς θά μάθουν τά παιδιά» παρά στό «τί θά μάθουν». Ή κεντρική ίδέα σέ δηλη τήν έργασία είναι ότι τά παιδιά πρέπει νά άφεθούν έλευθερα ν' άνακαλύψουν μόνα τους καί νά σκεφτούν, ώστε νά κερδίσουν τή γνώση, άντι νά μάθουν έπαναλαμβάνοντας «μυστηριώδεις» άσκησεις. Μ' αύτόν τόν τρόπο ή άντιληψη πού έχουμε γιά τά Μαθηματικά μπορεῖ ν' άλλαξει, ώστε ή έκφραση «Ά, όχι, δέν μ' άρέσουν τά Μαθηματικά!» νά μήν άκουγεται πιά.

Γιά νά κερδίσουν τή γνώση τά μικρά παιδιά δέν πρέπει νά άδηγηθούν άμέσως στήν άφαίρεση – χρειάζονται πρώτα νά πιάσουν τά πράγματα («συσκευές» θά ήταν μιά έκφραση ύπερβολική γιά τά έποπτικά μέσα πού θά χρησιμοποιηθούν – κύβοι, ζυγαριές, σφαίρες, καρούλια κ.λ.π.).

Άλλα, τό «ν' άφήσουμε τά παιδιά έλευθερα» δέν σημαίνει πώς θ' άρχισουν νά πολεμοῦν, χρησιμοποιώντας γιά πυρομαχικά τά άντικείμενα πού ύπάρχουν στήν τάξη! Ή μετάβαση στόν νέο τρόπο έργασίας φέρνει μαζί της τά δικά της προβλήματα. Τό βιβλίο ΚΑΝΩ ΚΑΙ ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ (πού έχει ένα διαφορετικό χαρακτήρα άπό τά άλλα τής σειράς) άντιμετωπίζει αύτά τά προβλήματα καί προσπαθεῖ νά δείξει πώς μποροῦν νά ξεπεραστούν.

Τά άλλα βιβλία άνήκουν σέ τρεις κατηγορίες: 'Οδηγοί γιά τόν δάσκαλο, 'Οδηγοί ειδικῶν θεμάτων καί 'Οδηγοί έλέγχου.

Οι 'Οδηγοί γιά τόν δάσκαλο καλύπτουν τρία κύρια άντικείμενα: 'Υπολογισμός καί Δομή, Σχήμα καί Μέγεθος, 'Από τίς Γραφικές Παραστάσεις στήν 'Αλγεθρα. Στή σειρά αύτων τών δόηγών ή άνάπτυξη τών Μαθηματικών έμφανίζεται μέ μιά σπειροειδή μορφή. Ή ίδια έννοια φανερώνεται ξανά καί ξανά καί σέ κάθε στάδιο παρουσιάζεται μ' έναν διαφορετικό τρόπο. Τά βιβλία δέν άναφέρονται σέ συγκεκριμένες τάξεις, άλλα άναπτύσσουν διάφορα άντικείμενα καί έτσι δείχνουν στόν δάσκαλο πώς θά έπιτρέψει σ' ένα παιδί νά προχωρήσει μέ διαφορετικό ρυθμό άπό ένα άλλο. Περιέχουν προτάσεις διδασκαλίας, παραδείγματα άπό άντικείμενα καί καταστάσεις πού φαίνονται νά μήν έχουν σχέση μέ τά Μαθηματικά άλλα πού μποροῦν νά θοηθήσουν στήν άνάπτυξη τής μαθηματικής σκέψης τοῦ παιδιοῦ, παραδείγματα άπό έργασίες παιδιών καί προτάσεις γιά συζητήσεις μέσα στήν τάξη καθώς καί γιά δραστηριότητες έξω άπό τό σχολείο.

Οι όδηγοί ειδικών θεμάτων είναι βιβλία που δίνουν λεπτομερείς όδηγίες και πληροφορίες γύρω από ένα ειδικό θέμα.

Η τρίτη κατηγορία των βιβλίων, σπασ φαίνεται και από τό δνομά της, δίνει όδηγίες γιά τόν έλεγχο τής προόδου των παιδιών. Τά παραδοσιακά τέστ είναι δύσκολο νά έφαρμοστούν μέσα στή νέα άτμοσφαιρα τής έξατομικευμένης έργασίας και έτσι ή πρόθεσή μας ήταν νά τά άντικαταστήσουμε μέ τόν άτομικό έλεγχο κάθε παιδιού. Τά βιβλία αύτά έτοιμάστηκαν από μιά διάδαση τού Institut des Sciences de l' Education στή Γενεύη κάτω από τή γενική έποπτεία τού Piaget. Αύτοί οί Όδηγοί έλεγχου, μαζί μ' ένα γενικό σχολιασμό, έχουν θγεί στήν ίδια μορφή μέ τούς άλλους όδηγούς και αποτελούν ένα διοκλητρωμένο τμήμα τής δλης έργασίας.

Άν και τά βιβλία είναι ένα όργανικό τμήμα τού Προγράμματος γιά τά Μαθηματικά τού Ίδρυματος Νάφιλντ, δέν θά ξπρεπε νά τά δοῦμε σάν όδηγούς στόν μόνο «σωστό» τρόπο γιά τή διδασκαλία των Μαθηματικών. Πιστεύουμε πώς ή παραπέρα άναπτυξη τής έργασίας πού ύπάρχει στούς όδηγούς είναι πιό σημαντική από τούς ίδιους τούς όδηγούς. Τά βιβλία αύτά έχουν γραφεί έτσι, ώστε ν' άνταποκρίνονται στή βασική άρχη λειτουργίας τών Κέντρων Δασκάλων, δημοσιεύονται στά βιβλία μπορούν και πρέπει νά συζητούνται, νά συμπληρώνονται και νά τροποποιούνται. Έλπιζουμε πώς θά χρησιμοποιηθούν μ' αύτόν τόν τρόπο. «Ένας δάσκαλος, μόνος του, θά μπορούσε νά θρεψει δυσκολία στή χρήση τους, χωρίς τή θοήθεια πού προσφέρει μιά συζήτηση μέ άλλους. Κέντρα γιά τέτοιες συζητήσεις ύπαρχουν άκρετά στήν Αγγλία κι έλπιζουμε πώς θά δημιουργηθούν άκόμα περισσότερα.

Οι έργασίες τών παιδιών πού περιλαμβάνονται σ' αύτά τά βιβλία, σπασ και τά ίδια τά βιβλία, δέν θά πρέπει νά θεωρηθούν σάν πρότυπα τελειότητας. Μερικές από τίς έργασίες τών παιδιών πραγματικά περιέχουν λάθη. Θά ξπρεπε νά θεωρηθούν περισσότερο σάν παραδείγματα δουλειάς πού τά παιδιά θά μπορούσαν νά κάνουν, παρά σάν πρότυπα δουλειάς πού πρέπει νά κάνουν.

Περιεχόμενα**Σελ.****ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ: Προσχολικές έμπειρίες**

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
2. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΥΛΙΚΑ – ΑΣΥΝΕΧΗ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΗ.....	17
3. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ, ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΚΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ.....	19
4. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ, ΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΚΑΙ ΤΗ ΜΕΤΡΗΣΗ	22
5. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΑ ΣΥΜΒΟΛΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ..	23
1. Λεξιλόγιο	23
2. Παραμύθια και παιδικά τραγουδάκια	23
3. Τά σύμβολα των άριθμών	24
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ.....	26

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ: Πρίν άπό τήν άριθμηση και τή μέτρηση

1. ΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΗΣ ΣΧΟΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ	29
2. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΣΧΕΣΕΙΣ.....	30
3. ΠΡΩΤΕΣ ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ	34
'Η έννοια του συνόλου	35
4. ΆΛΛΕΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΕΙΣ	44
5. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	51
1. Παιχνίδια μέ τήν ἄμμο	51
2. Παιχνίδια μέ τό νερό	53
3. Ζωγραφιές, σχέδια και κατασκευές	54
4. Μουσική, κίνηση και σωματική ἀγωγή	56
5. Παιχνίδια – κατασκευές	59
6. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΕΝΑ ΜΕ ΕΝΑ	62
1. Είσαγωγή	62
2. Άντιστοιχία ένα μέ ένα	62
3. Ή χρησιμοποίηση τής άντιστοιχίας στίς γραφικές παραστάσεις	64
4. Άλλοι τύποι άντιστοιχίας	67
7. Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ «ΠΕΡΙΕΧΕΤΑΙ»	70
1. Είσαγωγή	70
2. Διάταξη	70
3. Ή έννοια του «περιέχεται»	76
8 ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ	80
Στάδιο 1	80
Στάδιο 2	82
Στάδιο 3	84

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Προσχολικές έμπειρίες

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο κόσμος των Μαθηματικών είναι ένας κόσμος άπό γενικεύσεις που έκφραζονται μέσω σύμβολα. Τα σύμβολα αυτά βοηθοῦν τόν ανθρωπον ν' ανακαλύπτει, νά διακρίνει και ν' αναπαράγει τίς δομές και τίς σχέσεις μέσα στό σύμπαν.

Αύτό τό άχανές σύμπαν φαίνεται νά είναι πολύ μακριά άπό τόν μικρό κόσμο τού παιδιού τής προσχολικής ήλικιας. Σ' αύτή τήν ήλικια ο κόσμος τού παιδιού είναι τό σπίτι του, ή οικογένειά του, ή γειτονιά του, τά πράγματα που μπορεί νά δεῖ, ν' άκούσει, νά μυρίσει, ν' άγγιξει, νά γευτεί. Αν θέλουμε ζμως νά θεωρήσουμε σωστά τή διαδικασία, μέσα άπό τήν όποια ένα παιδί άρχιζει ν' αντιλαμβάνεται τίς μαθηματικές δομές και σχέσεις, δέν μποροῦμε ν' άγνοήσουμε τήν προσχολική ήλικια.

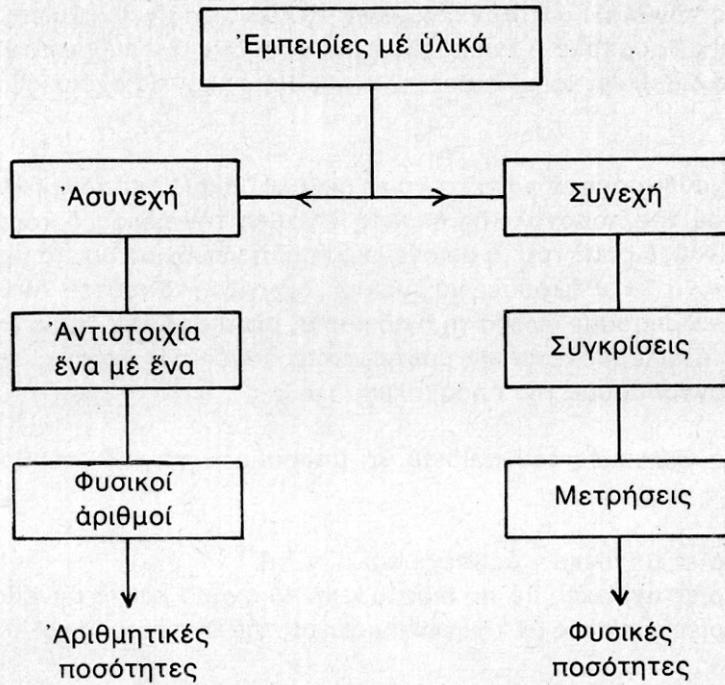
Οι πρώτες έμπειρίες τού παιδιού θά μπορούσαν νά ταξινομηθοῦν στίς άκόλουθες κατηγορίες:

- Έμπειρίες μέ ύλικά – άσυνεχή και συνεχή.
- Έμπειρίες σχετικές μέ τίς διαστάσεις, τό σχήμα και τό μέγεθος.
- Έμπειρίες σχετικές μέ τή χωρητικότητα, τήν άντιστοιχία και τή μέτρηση.
- Έμπειρίες μέ τά όνόματα και τά σύμβολα τών άριθμών.

"Όλες αύτές οι έμπειρίες μποροῦν και πρέπει νά έδηγοῦν ταυτόχρονα στήν άνάπτυξη τής γλωσσικής έκφρασης τού παιδιού.

Δέν μποροῦμε νά δώσουμε ύπερβολικά μεγάλη έμφαση στίς έμπειρίες τής προσχολικής ήλικιας, γιατί είναι άδύνατο νά καταστρώσουμε ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα γιά ένα παιδί αύτής τής ήλικιας. Είναι ζμως ζωτικό ν' άντιληφθοῦμε πώς μποροῦμε ν' αναπτύξουμε μόνο δι, τι ήδη ύπάρχει και νά χτίσουμε πάνω στίς βάσεις πού έχουν μπεί προηγούμενα. Στή διάρκεια τής έκπαίδευσής τους, τά παιδιά στηρίζονται πάνω στίς γνώσεις πού άποκτήθηκαν μέσα άπό προηγούμενες έμπειρίες, γιά νά μπορέσουν νά προσδιορίσουν μιά νέα κατάσταση ή νά κατανοήσουν ένα νέο πρόβλημα. Η γλώσσα έχει τίς ρίζες τής στό πρώτο οικογενειακό περιβάλλον τού παιδιού και, τά τελευταία χρόνια, άρχιζουμε νά καταλαβαίνουμε πόσο έξαρτάται ή διανοητική άνάπτυξη ένδος παιδιού άπό τή γλώσσα πού χρησιμοποιείται στό σπίτι του.

Η άνάπτυξη τῶν ἴδεων στήν προσχολική ήλικα φαίνεται στό ἀκόλουθο διάγραμμα:



Τό λεξιλόγιο άναπτύσσεται μαζί με τίς ιδέες.

Η ἀποτελεσματική άνάπτυξη ἔξαρταται ἀπό:

- τήν ποιότητα τῶν ἐμπειριῶν,
- τήν ὑπαρξη ἐνός συντρόφου καὶ ίδιαίτερα ἐνός καλλιεργημένου ἐνήλικα, μέ τόν ὅποιο τό παιδί μπορεῖ νά συζητᾶ,
- τήν ποιότητα τῆς γλώσσας πού χρησιμοποιεῖται.

2. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΥΛΙΚΑ – ΑΣΥΝΕΧΗ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΗ.

Ένα μωρό είναι ίκανό ν' άρπάζει μικρά πράγματα καί, άφοῦ δοκιμάσει μερικές φορές καί άποτύχει, νά μεταφέρει στό τέλος ένα άντικείμενο στό στόμα του. Σ' αύτό τό στάδιο, τό στόμα του έχει τή μεγαλύτερη σημασία γιά τό παιδί. Τό άντικείμενο μπορεί νά είναι τό ίδιο του τό χέρι, ένα δάχτυλο τής μητέρας του, ένα μέρος άπό τό κολιέ της πού έχει καταφέρει ν' άρπάξει ή κάποιο παιχνίδι πού μπορεί νά φτάσει. Χρωματιστές μπάλες περασμένες σ' ένα έλαστικό κορδόνι, πού στερεώνεται καλά στίς άκρες του, μποροῦν νά προσφέρουν άτελειωτες δυνατότητες. Τίς αισθάνεται σκληρές, άντιθετα άπό τά περισσότερα πράγματα πού ένα μωρό άγγιζει. Κινοῦνται. Μπορεί νά τίς τραβήξει ή νά τίς γυρίσει. Καί δέν γίνονται δλα μονομιᾶς. Οι μπάλες, σέ άντιθεση μέ τά τμήματα τοῦ χεριοῦ τοῦ παιδιοῦ, μποροῦν νά κινηθοῦν άνεξάρτητα ή μιά άπό τίς άλλες. Τό κορδόνι μέ τίς μπάλες άποτελείται άπό ξεχωριστές μονάδες (άσυνεχές ύλικό).

Τό παιδί τῶν δύο, τριῶν ή τεσσάρων χρόνων έρχεται σέ έπαφή μέ διάφορα ύλικά στή διάρκεια τής ήμέρας του. Θά μάθει νά τ' άναγγνωρίζει μέ διαφορετικούς τρόπους σέ διαφορετικές καταστάσεις, π.χ. «πώς αισθάνομαι αύτό τό ύλικό;» ή «τί μπορώ νά κάνω μ' αύτό τό ύλικό;» κ.λ.π.

Τό παιδί έχει ένα κουτί μέ κύθους ή μικρά πλαστικά τουθλάκια, πού μπορεῖ νά τ' άδειάσει στό πάτωμα καί τότε φαίνονται σάν ξεχωριστές μονάδες. Μ' αύτά χτίζει ένα πύργο. Γρήγορα ό πύργος μπορεῖ νά γίνει πολύ ψηλός καί έτοιμορροπος καί ξαφνικά νά πέσει καί νά διαλυθεῖ στό πάτωμα. Τά τουθλάκια φαίνονται ξανά σάν ξεχωριστές μονάδες.

Μπορεῖ έπίσης τό παιδί νά θάλει τά τουθλάκια σέ μιά γραμμή καί νά τά σπρώξει δημιουργώντας ένα φανταστικό τραίνο. Τό τραίνο χτυπά σέ κάποιο άντικείμενο τοῦ δωματίου καί διαλύεται, όπότε διακρίνονται πάλι ξεχωριστές μονάδες.

Έξω άπό τό σπίτι είναι μιά λιμνούλα μέ νερό. Φαίνεται νά μήν ύπάρχει καμμιά σχέση άναμεσα σ' αύτό καί στό νερό πού είναι μέσα σέ μιά κατσαρόλα – κι δωμας καί τά δύο συμπεριφέρονται μέ τόν ίδιο τρόπο. Τό παιδί χτυπά μέ τό χέρι του τό νερό στήν κατσαρόλα κι άκούει ένα ώραιο «πλάτς». Χτυπά τό νερό στή λιμνούλα κι έχει τό ίδιο άποτέλεσμα.

Όταν διαλύθηκε στό πάτωμα ό τούθλινος πύργος, τά ξεχωριστά τουθλάκια φάνηκαν καθαρά. Τό παιδί μπορεῖ νά μιλήσει γιά πολλά τουθλάκια καί σ' αύτή τήν περίπτωση άναφέρεται, χωρίς άμφιθολία, σέ «ξεχωριστές μονάδες».

Μετά τό «πλάτς» πού άκούστηκε στή λιμνούλα, ή λιμνούλα μέ τό νερό δέν
ἄλλαξε σέ τίποτα. "Αν καί τό παιδί μπορεῖ πάλι νά μιλήσει γιά **πολύ νερό**, σ'
αύτή τήν περίπτωση τό περιεχόμενο τής λιμνούλας δέν άποτελεῖται άπό¹
ξεχωριστές μονάδες άλλα άπό ένα «συνεχές» ρευστό.

3. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ,ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΚΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ.

Τά μωρά άπό πολύ νωρίς (σέ ήλικία μερικών μηνών) άρχιζουν νά έξερευνούν τόν κόσμο γύρω τους. "Όταν τούς δίνεται ή εύκαιρια παιζουν μέ τό φαγητό τους καί θάζουν στό στόμα τους ή πετοῦν στό πάτωμα καθετί πού μποροῦν νά φτάσουν.

"Από αύτή τή φυσική περιέργεια καί τό ένδιαφέρον γιά έξερεύνηση καί άνακάλυψη μέ τή βοήθεια τών αισθήσεών του, τό παιδί θ' άποκτήσει σιγά – σιγά έμπειρίες γύρω άπό τίς σχέσεις τών διαστάσεων, ἀν καί μέχρι νά πάει σχολείο αύτές μᾶλλον δέν θά έχουν μπεί συνειδητά στόν δρόμο του, οὔτε θά έχουν άξιοποιηθεῖ.

"Ένα μωρό έχει έμπειρίες μέ όποιαδήποτε ύλικά μπορεῖ νά έρθει σέ έπαφή. Βάζει στό στόμα, άρπαζει, άφήνει νά πέσουν κάτω, σπρώχνει καί τραβά διάφορα πράγματα. Άργότερα, άρχιζει νά μαθαίνει γιά έναν κόσμο πού είναι πέρα άπό κεί πού μπορεῖ νά φτάσει. Άρπαζει κάποιο άντικείμενο, άπλωνει τό χέρι του έξω άπό τήν άκρη τοῦ τραπεζιοῦ καί άφήνει τό άντικείμενο νά πέσει κάτω. Αύτό χάνεται άπό τά μάτια του – χτυπώντας στό πάτωμα μέ θόρυβο."Έτσι τό μωρό άποκτά τήν πρώτη του έμπειρία άπό τόν νόμο τής βαρύτητας. Είναι μιά έμπειρία πού τοῦ προκαλεῖ έκπληξη καί θέλει νά δοκιμάσει ξανά καί ξανά, άφήνοντας νά «έξαφανιστούν» στό πάτωμα όποια άλλα πράγματα έχει – μέχρις ότου κάποιος μεγάλος τοῦ τό άπαγορεύσει.

Τό κλειδί γιά τήν κατανόηση τών διαστάσεων είναι ή κίνηση. "Οσο τό παιδί άρχιζει νά μετακινεῖται πιο εύκολα, τόσο ό κόσμος του μεγαλώνει. Τό μωρό πού δέν μπορεῖ άκόμα νά μπουσουλήσει, θά προσπαθήσει ώστόσο νά κινηθεῖ ἀν τό άφήσουμε στό πάτωμα. Ή πρώτη έξερευνητική κίνηση είναι σχεδόν πάντα κυκλική. Γιά νά κινηθεῖ τό μωρό σέ μιά συγκεκριμένη κατεύθυνση, θά πρέπει νά ύπάρχη ένα ίσχυρό κίνητρο. "Ένα μικρό παιδί θά προσπαθήσει νά κινηθεῖ σέ μιά όρισμένη κατεύθυνση, είτε μπουσουλώντας είτε περπατώντας, γιά νά φτάσει ένα έπιθυμητό άντικείμενο ή πρόσωπο.

Οι πρώτες έμπειρίες τών σχημάτων έμφανίζονται σέ μιά μεγάλη ποικιλία καταστάσεων. "Ένας κύβος φαίνεται νά είναι πολύ διαφορετικός άπό μιά μπάλα. "Άν τό παιδί άφήσει ένα κύβο στό πάτωμα, ό κύβος θά σταθεῖ άκίνητος. "Ένω ἀν άφήσει μιά μπάλα, αύτή, τίς περισσότερες φορές κυλάει. Μπορεῖ άκόμα νά θάλει τούς κύβους τόν ένα πάνω στόν άλλο, ένω δέν μπορεῖ νά κάνει τό ίδιο μέ τίς μπάλες. "Άν τό άφήσει ή μητέρα του ν' άνοιξει

τά ψώνια, τό παιδί θά δεῖ καὶ θά πιάσει πολλά διαφορετικά σχήματα, τά περισσότερα ἀπό τά όποια εἶναι κυλινδρικά καὶ όρθιογωνικά.

Τά παιχνίδια πού ἀπαιτοῦν ἀπό τά παιδιά νά συναρμολογήσουν διάφορα σχήματα προσφέρουν εἰδικές ἐμπειρίες. Υπάρχουν δημος καὶ ἄλλες περιπτώσεις μέ διάφορα ἀντικείμενα πού μποροῦν νά ταιριάξουν μεταξύ τους ή νά μπει τό ἔνα μέσα στ' ἄλλο. Ἐνα κύπελλο μπορεῖ νά μπει μέσα σ' ἔνα ἄλλο, τά χρωματιστά μολύβια μποροῦν νά χωρέσουν στό κουτί τους (ἄλλα μόνο ἀν τοποθετηθοῦν μέ τόν σωστό τρόπο).

Γιά νά μπορέσουμε νά καταλάθουμε τί σημαίνει **μέγεθος** γιά τό μικρό παιδί. θά πρέπει νά φανταστοῦμε πῶς φαίνεται π.χ. Ἐνα δωμάτιο μέ τά μάτια ἐνός παιδιοῦ τριών χρόνων. Καρέκλες, ντουλάπες καὶ τραπέζια εἶναι τεράστια συγκριτικά μέ τό παιδί. Ή κατάσταση γίνεται ἀκόμα πιό πολύπλοκη ἀπό τό γεγονός ὅτι τό παιδί μεγαλώνει. Μπορεῖ τώρα νά δεῖ τά ἀντικείμενα πάνω σ' Ἐνα τραπέζι, πού ἄλλοτε ἦταν ψηλότερο ἀπό τό παιδί.

Εύτυχῶς μερικά πράγματα παραμένουν σταθερά κι ἔτοι τό παιδί θά συναντήσει καταστάσεις πού δέν ἄλλαζουν. Ή' ἀνακαλύψει πῶς ποτέ δέν θά μπορέσει μόνο του νά φτάσει ἐκεῖνο τό παιχνίδι σ' ἐκεῖνο τό ράφι, γιατί πάντα θά θρίσκεται πιό ψηλά ἀπό τό παιδί.

Σιγά – σιγά, ἀπό τίς καθημερινές καταστάσεις, τό παιδί θ' ἀποκτᾶ Ἐνα λεξιλόγιο γιά νά μπορεῖ νά περιγράφει αύτές τίς φυσικές ἐμπειρίες. Οι πολύ συνηθισμένες λέξεις «μεγάλο» καὶ «μικρό» θά συνδυάζονται μέ ἄλλες γιά νά δώσουν μιά πιό συγκεκριμένη εἰκόνα τῆς ποσότητας, π.χ. «πάρα πολύ νερό», «Ἐνα μικρό κομματάκι κέικ».

Πάντως, ὅταν τό παιδί χρησιμοποιεῖ διάφορες λέξεις στή διάρκεια αύτῶν τῶν πρώτων χρόνων, δέν καταλαβαίνει όπωσδήποτε ὅλες ὅσες λέει. Ιδιαίτερα οι λέξεις πού ἔκφράζουν ποσότητα, μέγεθος η ἀπόσταση εἶναι τόσο σχετικές, ώστε συγχέονται εύκολα ἀπό τό παιδί. Συχνά αύτές οι λέξεις χρησιμοποιούνται σάν ἐπίθετα γιά δρισμένα ἀντικείμενα, π.χ. ἡ ψηλή ντουλάπα, τό χαμηλό τραπεζάκι.

Τό γεγονός ὅτι ἡ γλώσσα μαθαίνεται μέ τή μίμηση μπορεῖ νά δημιουργήσει σύγχιση στό μυαλό ἐνός μικροῦ παιδιοῦ. Ήτοι, τό παιδί ξαναγυρίζει συχνά στίς συνηθισμένες λέξεις «μεγάλος» καὶ «μικρός» καὶ περιγράφει τό περιθάλλον του με τόν παρακάτω τρόπο:

‘Ο μπαμπάς εἶναι μεγάλος, ἡ μαμά εἶναι μεγάλη.

‘Η πολυθρόνα εἶναι μεγάλη

‘Ἐγώ είμαι μικρός

Αύτές οι σχέσεις είναι ξεκάθαρες, μέ τήν έννοια ότι οι ανθρωποι και τά άντικείμενα πού συγκρίνονται είναι όλα μεγάλα σε σχέση με τό παιδί πού, έτσι κι άλλιως, τό ίδιο άποτελεῖ τό κέντρο τοῦ σύμπαντος γιά τόν έαυτό του στά πρώτα χρόνια. Έτσι, γιά τό παιδί οι λέξεις « μεγάλος » και « μικρός » παίρνουν τόν χαρακτήρα τοῦ άπόλυτου.

Μέσα άπό τίς έμπειρίες , τό παιδί θά πρέπει νά καταλάθει πώς οι λέξεις «μεγάλος» και «μικρός» χρησιμοποιούνται σχετικά και δέν είναι άπόλυτες, π.χ. μιά κούκλα είναι μεγάλη δχι γιατί είναι πιό μεγάλη άπό τό παιδί, άλλα γιατί είναι πιό μεγάλη άπό πολλές άλλες κούκλες. Όταν τό παιδί πάει στό σχολείο θά πρέπει νά τοῦ δοθοῦν δσο γίνεται περισσότερες και διαφορετικές έμπειρίες , ώστε νά καταλάθει πώς όλες οι λέξεις αύτοῦ τοῦ είδους έκφραζουν σχέσεις μεγεθών, ποσοτήτων, άποστάσεων κ.λ.π.

4. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΗ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ, ΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΚΑΙ ΤΗ ΜΕΤΡΗΣΗ.

Τά δοχεία έξυπηρετούν διάφορους σκοπούς, πού έχουν σχέση με τή φύση τού ύλικού πού περιέχεται σ' αύτά. Τό μικρό παιδί άντιμετωπίζει, σχεδόν καθημερινά, προβλήματα πού άφορούν δοχεία. "Αν άδειάσει πάνω στό τραπέζι ένα κουτί μέ παιχνίδια, μπορεί εύκολα νά τά μαζέψει καί νά τά ξαναβάλει στό κουτί. "Αν δημως χύσει τό νερό άπό ένα ποτήρι δέν ύπαρχουν κομμάτια γιά νά μαζέψει. Τό μόνο πού μπορεί νά κάνει είναι νά σφουγγαρίσει τό τραπέζι.

Μπορεί νά έχει γάλα καί μπισκότα γιά πρωινό. Μπορεί νά κρατήσει τά μπισκότα στό χέρι του, άλλα τό γάλα πρέπει νά είναι στό φλιτζάνι.

Τά παιδιά πού ή μητέρα τους έπιτρέπει νά τήν βοηθούν στό μαγείρεμα έχουν πολλές έμπειρίες μέ ύλικά πού μεταφέρονται άπό ένα δοχείο σέ άλλο, άνακατεύονται καί μετασχηματίζονται μέ τό ψήσιμο.

Τό στρώσιμο τού τραπεζιού γιά φαγητό προσφέρει πολλές έμπειρίες σχετικές μέ τήν άντιστοιχία. "Ένα πιατάκι γιά κάθε φλιτζάνι, ένα μαχαίρι γιά κάθε πιρούνι. «Ένα πιάτο γιά τή μαμά, ένα γιά τόν μπαμπά, ένα γιά μένα».

"Όταν ή μητέρα πηγαίνει μέ τό παιδί της γιά νά τού άγοράσει καινούρια ρούχα, πρέπει πρώτα νά τού τά προβάρει. Αύτή είναι μιά πολύ άξιόλογη έμπειρία πρίν άπό τή μέτρηση.

Μερικά τυχερά παιδιά θλέπουν άκόμα ζυγαριές μέ δύο δίσκους – έναν γιά τά βαρίδια κι έναν γιά τά προϊόντα. Άλλα μέ τήν αϋξηση τών πωλήσεων μέ βάση περισσότερο τήν τιμή παρά τό βάρος (σέ τυποποιημένες συσκευασίες), τά παιδιά θά έχουν δλο καί λιγότερες έμπειρίες σ' αύτόν τόν τομέα. Θά μπορούν μόνο νά έχουν όρισμένες έμπειρίες στηκώνοντας διάφορα βάρη μέ τά χέρια τους.

5. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΑ ΣΥΜΒΟΛΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

1. Λεξιλόγιο

Πολύ πρίν πάνε στό σχολείο τά παιδιά έρχονται σέ έπαφή μέ τούς άριθμούς σάν όνόματα. Οι λέξεις ένα, δύο, τρία κλπ. άποτελούν μέρος τοῦ λεξιλογίου τους σχεδόν άπό τήν ώρα πού άρχιζουν νά μιλοῦν.

Στό σπίτι, τά όνόματα τών άριθμών παρουσιάζονται πολύ συχνά στήν καθημερινή δημιλία τών γονιών.

Στό λεωφορείο θ' άκούσουν «Δύο είσιτηρια, παρακαλῶ».

Άρκετά νωρίς τά παιδιά μαθαίνουν ν' άποστηθίζουν τά όνόματα τών άριθμών σέ μιά όρισμένη σειρά – ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε κλπ. Αύτή είναι μιά ίκανοποιητική δραστηριότητα, άφοῦ φαίνεται πώς ένθουσιάζει τούς «μεγάλους»! . . .

2. Παραμύθια καί παιδικά τραγουδάκια

Μόλις τά παιδιά γίνουν άρκετά μεγάλα ώστε νά εύχαριστιούνται μέ παραμύθια καί τραγουδάκια, τά όνόματα τών άριθμών έμφανίζονται άνακατεμένα μέ φαντασία, θαύματα καί μαγεία.

Μερικά άπό αύτά τά όνόματα έμφανίζονται πιό συχνά, όπως τό τρία καί τό έφτα.

Τά τρία μικρά γουρουνάκια.
Ο λύκος καί τά έφτα καταικάκια.
Η Χιονάτη καί οι έφτα νάνοι.

Η σειρά τών άριθμών έμφανίζεται σέ τραγουδάκια καί ποιήματα.

Ένα, δύο, τρία
πήγα στήν κυρία . . .

Ένα – Άγάπα με καί μένα.
Δυό – Νά σ' άγαπω κι έγώ.
Τρία – Πάμε καί τά τρία.
Τέσσερα – Έγώ ζήται ήπια πού σ' έφερα.
Πέντε – Αψε τό κερί καί φέγγε.

Έξι – Ή δουλειά μας νά τελέψει.
 Έφτά – Ω χαρά στά μάτια αύτά.
 Όχτω – Έλατε κι άπό δῶ.
 Εννιά – Κακή είν' ή άναθροχιά.
 Δέκα – Έφτά και τρία δέκα.

Ένα άλλο γνωστό τραγουδάκι είναι τό «Αλφαβητάριο», πού τραγουδιέται στά Ζαγοροχώρια τής Ήπειρου, κι άκολουθεί τή σειρά τῶν άριθμῶν άπό τό ένα ώς τό δώδεκα.

Ένα είναι τ' άηδονάκι
 τό χελιδονάκι,
 ölon τόν Μάη λαλεῖ
 κι ölon τό Θεριστή.

Δύο πέρδικες γραμμένες
 γραμμένες πλουμισμένες,
 ένα είναι τ' άηδονάκι
 τό χελιδονάκι,
 ölon τόν Μάη λαλεῖ
 κι ölon τό Θεριστή.

Τρία πόδια λετροπόδια,
 δύο πέρδικες γραμμένες
 γραμμένες πλουμισμένες,
 ένα είναι τ' άηδονάκι
 τό χελιδονάκι,
 ölon τόν Μάη λαλεῖ
 κι ölon τό Θεριστή. κλπ.

Φαίνεται νά μήν ύπάρχει μεγάλη δυσκολία στήν άνάπτυξη αύτοῦ τοῦ λεξιλογίου. Τά όνόματα τῶν άριθμῶν έμφανίζονται μέ φυσικό τρόπο καί σέ μιά μεγάλη ποικιλία προτάσεων.

Είμαστε πάντως πολύ μακριά ἀκόμη ἀπό τήν κατανόηση τής έννοιας τῶν άριθμῶν, πού θά ξδινε στά όνόματά τους ένα πραγματικό νόημα.

3. Τά σύμβολα τῶν άριθμῶν

Μερικά παιδιά είναι ίκανά ν' άναγνωρίσουν τό σύμβολο τοῦ άριθμοῦ στήν είσοδο τοῦ σπιτιοῦ τους σέ ἀρκετά μικρή ήλικία. Γιά ένα μικρό παιδί τό σπίτι του είναι κάτι πολύ σημαντικό καί αύτό τό σύμβολο πάνω στήν είσοδο

καθορίζει ότι αύτό τό σπίτι είναι «τό δικό του». "Αν αύτό τό σύμβολο είναι ένα άπλο σχήμα όπως τό έφτά, τό μικρό παιδί μπορεῖ άκόμα καί νά τό άναπαραστήσει.

7

Φυσικά, τό παιδί πού μένει στό νούμερο έκατόν τριάντα δύο θά έχει πολύ μεγαλύτερη δυσκολία καί νά θυμηθεῖ τούς ήχους αύτών τών λέξεων καί νά διακρίνει τή σύνθετη διαδοχή τών σχημάτων πού άποτελοῦν αύτό τό νούμερο.

132

Τά σύμβολα τών άριθμών θρίσκονται παντοῦ γύρω μας καί θά ήταν λάθος νά ύποθέσουμε δτι τά παιδιά τά πρωτοσυναντοῦν στό σχολείο. Θά ήταν δμως έπισης λάθος νά ύποθέσουμε πώς τά παιδιά έχουν άντιληφθεῖ καί τή μαθηματική τους σημασία.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Οι έμπειρίες πού έχει άποκτήσει τό παιδί καθορίζουν τό σημείο, άπό τό όποιο πρέπει νά ξεκινήσει δταν πάει στό σχολείο. Άν δέν ήταν άρκετά τυχερό ώστε ν' άπολαύσει ένα πλούσιο σύνολο δραστηριοτήτων στά πρώτα του χρόνια, άν δέν συζητοῦσε μέ κάποιον πού χρησιμοποιεῖ τή γλώσσα μέ εύαισθησία και φαντασία, τότε αύτές οι εύκαιρίες θά πρέπει νά τού δοθούν πρώτα άπ' δλα στό σχολείο. Γιατί άπό αύτές τίς βάσεις θά έξαρτηθεί ή μελλοντική άνάπτυξη τού παιδιού.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

Πρίν άπο τήν ἀρίθμηση καί τή μέτρηση

1. ΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΗΣ ΣΧΟΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

‘Αν ένα παιδί δέν είχε πολλές έμπειριες με ύλικά, τό στάδιο του παιχνιδιού και του έλευθερου πειραματισμού θα πρέπει στό σχολείο όπωσδήποτε νά προηγηθεί. Η διάρκεια του σταδίου αύτού έξαρτάται φυσικά άπό την ήλικια πού πωτοπάει τό παιδί στό σχολείο.

Οι δραστηριότητες που άναφέρονται σ' αύτό τό θιβλίο είναι άποκεινες που συνηθίζονται στά σχολεία, άλλα έλπιζουμε ότι οι δάσκαλοι θά χρησιμοποιήσουν τήν ίδια προσέγγιση και σέ αλλες καταστάσεις που δέν περιγράφονται έδω. Οι περισσότερες άπο αύτές τίς δραστηριότητες άποβλέπουν στό νάθαλουν άπο τήν πρώτη στιγμή τό παιδί μέσα σ' ένα πλούσιο άπο έρεθισματα και δημιουργικό περιβάλλον, που θά τού έπιτρέψει ν' αναπτυχθεί κοινωνικά, συναισθηματικά, σωματικά και διανοητικά. Ή αποψη πώς «όσο τά παιδιά μεγαλώνουν, τόσο λιγότερο χρειάζονται τό παιχνίδι» έπικρατεί άκομα βέβαια, άλλα πολλοί δάσκαλοι έχουν άντιληφθεί, μέσα άπο τήν πείρα τους, ότι περισσότερη και πιο ούσιαστική γνώση μπορεί ν' άποκτηθεί άπο τά παιδιά αν συνδυαστεί μέ τά ένδιαφέροντά τους, που ξεπηδούν στή διάρκεια τού παιχνιδιού.

Στά πρώτα στάδια, τό έλευθερο παιχνίδι πρέπει νά συνοδεύει όποιαδήποτε βασική δραστηριότητα καί νά συνδυάζεται μέ τή μεγαλύτερη δυνατή ποικιλία ύλικοῦ. Αύτό είναι άναγκατό γιατί τό παιδί μπορεῖ νά έχει ίκανο ποιητική άνάπτυξη σ' έναν τομέα, ένω σ' έναν άλλο νά παρουσιάζει δυσκολίες. Μέσα από αύτές τίς δραστηριότητες τό παιδί θ' άποκτήσει φυσικές δεξιότητες – τήν ίκανότητα νά χρησιμοποιεῖ έπιδέξια τά χέρια του καί τά δάχτυλά του καί νά συνταιριάζει τήν δραση καί τήν άφή μέ τή σκέψη καί τόν λόγο. Χρειάζεται νά γίνει ίκανό ν' άδειάζει από ένα δοχείο σέ άλλο νερό, νά χτίζει εύκολα μέ κύβους, νά ταιριάζει διάφορα σχήματα.

Μιά κακή χρησιμοποίηση του ύλικού άπό ένα παιδί μπορεῖ νά όφειλεται στήν ελλειψή φυσικών δεξιοτήτων, άλλα τίς περισσότερες φορές είναι άποτέλεσμα κάποιου συναισθηματικού προβλήματος. Τό παιδί πού πετάει άμμο, πού χύνει νερό πάνω στούς άλλους, πού χαίρεται νά καταστρέφει τά παιχνίδια και τίς ζωγραφιές τών άλλων παιδιών είναι συχνά ύπευθυνο γιά τό ότι άποφεύγονται αύτές οι δραστηριότητες στήν τάξη μέ τή δικαιολογία πώς «τά παιδιά δέν κερδίζουν τίποτα άπό αύτές, μόνο περνοῦν τήν ώρα τους». Άλλα τά πιό πολλά παιδιά δέν έχουν άναγκη νά δημιουργούν «δυσκολίες» και άνθρεθούν σ' ένα κατάλληλο περιθάλλον, προσεκτικά σχεδιασμένο άπό τόν δάσκαλο, θ' άρχισουν νά πειραματίζονται και ν' άνακαλύπτουν μόνα τους τίς δυνατότητές τους. Γιά νά πετύχουμε τόν καλύτερο συνδυασμό εύχαριστησης και γνώσης μέσα άπό τή σχολική πράξη, θά πρέπει νά δώσουμε σέ κάθε δραστηριότητα τά κατάλληλα κίνητρα.

2. ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΜΕ ΣΧΕΣΕΙΣ

Η λέξη «σχέση» ίσως μάς φέρνει στό νοῦ τά μέλη μιᾶς οικογένειας – γονεῖς, παιδιά, άνήψια κλπ. Θά μπορούσε νά λεχθεί πώς ό Γιάννης είναι ό γιος τοῦ κ. Παπαδάκη.

«Είναι ό γιος τοῦ» έκφραζει τή σχέση τοῦ Γιάννη μέ τόν κ. Παπαδάκη.

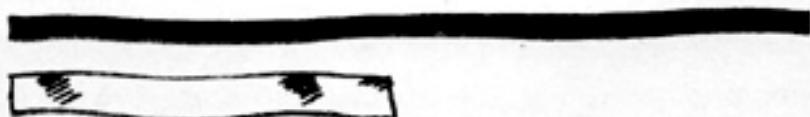
Ένα άλλο συνηθισμένο είδος σχέσης είναι ή ισότητα:

$$\begin{array}{l} 3 \times 2 = 6 \\ 3 + 2 = 5 \end{array}$$

Η σχέση αύτή διαβάζεται: «είναι ίσο μέ». Άλλα αύτή ειδικά ή σχέση είναι τόσο εύκολη όσο φαίνεται; Καταλαβαίνουν πραγματικά τά παιδιά τί σημαίνει δταν τή γράφουν;

Στό παρελθόν είχαμε μιά πολύ περιορισμένη άντιληψη γιά τά Μαθηματικά καί θεωρούσαμε πώς ή «Αριθμητική» είναι ένα τμῆμα τους, πού μέ κάποιο τρόπο έπρεπε νά μπει στό μυαλό τοῦ παιδιοῦ. Η προσπάθεια πού γίνεται σ' αύτό τό πρόγραμμα είναι γιά μιά εύρυτερη (άλλα καί πιό άπλή) μελέτη τών Μαθηματικών, έτσι ώστε ή προσέγγιση νά στηρίζεται σέ σταθερές βάσεις καί ή κατανόηση νά είναι πλήρης.

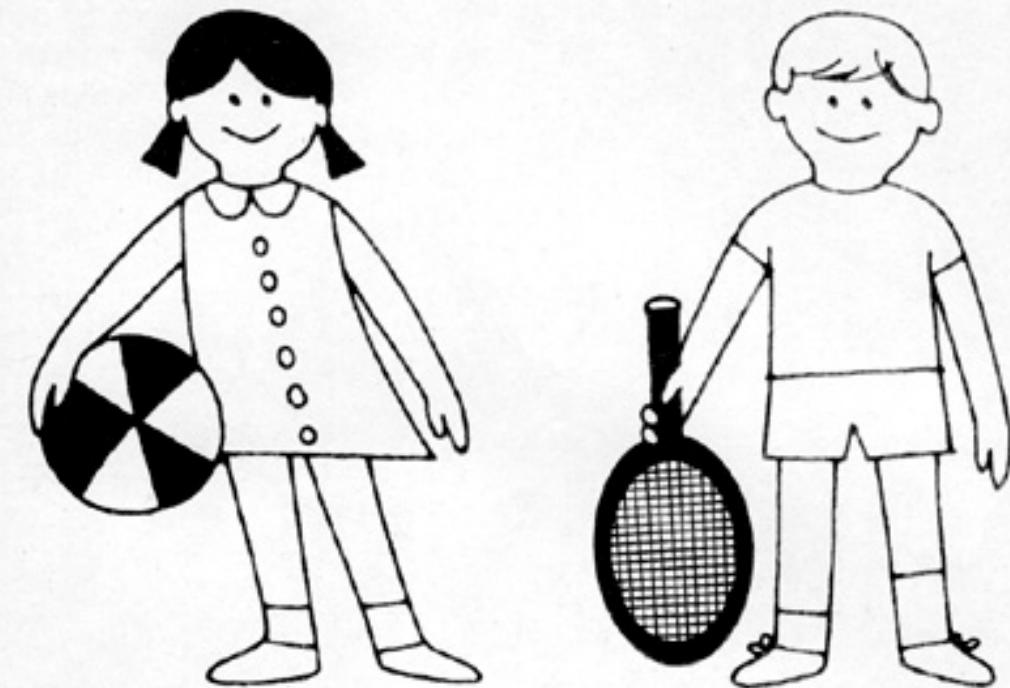
Άρχιζουμε λοιπόν μέ μιά ποικιλία σχέσεων άνάμεσα σέ δύο διαφορετικά άντικείμενα, γιά παράδειγμα:



Έδω ή μαύρη κορδέλα είναι **μακρύτερη** άπό τήν άσπρη, ή άσπρη κορδέλα είναι **πιό κοντή** άπό τή μαύρη. (Είναι πολύ χρήσιμο νά κοιτάζουμε άπό τήν άρχη τήν ίδια κατάσταση μέ διαφορετικούς τρόπους). Η μαύρη κορδέλα είναι **πιό στενή** άπό τήν άσπρη. Η άσπρη κορδέλα είναι **πιό φαρδιά** άπό τή μαύρη.

Κάνοντας τέτοιες συγκρίσεις άναπτύσσεται ή παρατηρητικότητα τοῦ παιδιοῦ. Μαθαίνει νά διακρίνει προσεκτικά τά πράγματα παρατηρώντας τίς δμοι-ότητες καί τίς διαφορές τους καί γίνεται ίκανό νά καθορίζει τίς σχέσεις τους.

Τά παιδιά χρειάζεται ν' άποκτήσουν άρκετές έμπειρίες κάνοντας συγκρίσεις άνάμεσα σε δύο άντικείμενα (π.χ. άνάμεσα σε δύο κουτιά, κύβους, ξυλάκια, μπουκάλια, καπάκια κλπ.) πρίν προχωρήσουν σε πιό σύνθετες καταστάσεις.



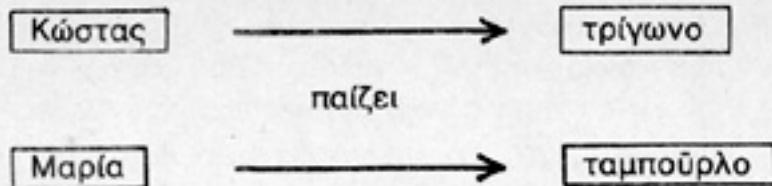
'Η ρακέτα **άνήκει** στόν Πέτρο.
'Η μπάλα **άνήκει** στήν 'Ελένη.'

'Εδώ έχουμε ένα άγόρι, ένα κορίτσι, μιά ρακέτα και μιά μπάλα. Τό άγόρι και τό κορίτσι είναι και τά δύο παιδιά. 'Η ρακέτα και ή μπάλα είναι και τά δύο παιχνίδια. 'Η σχέση λοιπόν είναι άνάμεσα στά παιδιά και στά παιχνίδια.

'Ο Πέτρος **έχει** μία ρακέτα.
'Η 'Ελένη **έχει** μία μπάλα.

'Η σχέση άνάμεσα στόν Πέτρο και στή ρακέτα είναι ή ίδια μέ τή σχέση άνάμεσα στήν 'Ελένη και στήν μπάλα.

Πολλές άπο τίς συνηθισμένες δραστηριότητες μέσα στήν τάξη μπορούν νά χρησιμοποιηθούν γιά νά δείξουν τέτοιου είδους σχέσεις.



Έδω ή σχέση «παίζει» ύπαρχει άνάμεσα στά παιδιά καί στά μουσικά όργανα. Φυσικά ύπαρχουν πολλοί τρόποι γιά νά παραστήσουμε διπτικά αύτή τή σχέση. Μποροῦμε π.χ. νά καρφιτσώσουμε πάνω σ' έναν πίνακα άπό τό ένα μέρος καρτέλες μέ τά όνδματα τών παιδιών καί άπό τό άλλο καρτέλες μέ τίς φωτογραφίες ή τά όνδματα τών μουσικών όργάνων. Τή σχέση μποροῦμε νά τή δείξουμε μέ κορδέλες ή κομμάτια σπάγγου.

Όταν χρησιμοποιοῦμε τό βέλος στήν παράσταση μιᾶς σχέσης πρέπει νά είμαστε πολύ προσεκτικοί, ώστε ή σημασία τοῦ βέλους νά γίνεται έντελως φανερή.

Έτοι ή παράσταση έχει νόημα καί μπορεῖ εύκολα νά μεταφραστεῖ σέ λέξεις. Γιά παράδειγμα:

- Ο Κώστας παίζει τρίγωνο.
- Η Μαρία παίζει ταμπούρλο.

Τό βέλος φαίνεται εύκολα σάν ένα σύμβολο, ένας πιό σύντομος τρόπος γιά νά παραστήσουμε τή σχέση.



Αύτός είναι ένας πίνακας, πάνω στόν όποιο ύπαρχουν δέκα τετράγωνα (δλα διαφορετικού χρώματος). Κάθε τετράγωνο είναι ένωμένο, μέ τή βοήθεια ένός σπάγγου, μέ ένα μικρότερο τετράγωνο του ίδιου χρώματος. Πάνω στόν πίνακα ύπαρχουν έπισης δέκα κύκλοι, ό καθένας χρωματισμένος ίδια μέ κάποιο άπό τά τετράγωνα. Κάθε μικρό τετράγωνο μπορεί νά κρεμαστεί άπό ένα γαντζάκι πού ύπάρχει σέ κάθε κύκλο. Αύτός ό πίνακας μπορεί νά χρησιμευει τά μικρά παιδιά νά ξεχωρίζουν και νά ταιριάζουν τά χρώματα: ύπάρχει μιά άντιστοιχία ένα μέ ένα άναμεσα στά τετράγωνα και τούς κύκλους. Ή σχέση «έχει τό ίδιο χρώμα μέ» δείχνεται μέ τόν σπάγγο.

3. ΠΡΩΤΕΣ ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ

Συνήθως τό παιδί άποκτά τίς πρώτες έμπειρίες ταξινόμησης μέ τήν τακτοποίηση τῶν πραγμάτων του. Άν πρέπει νά τακτοποιήσουν τά παιδιά τήν τάξη τους θά πρέπει νά θάλουν τά άντικείμενα στή θέση τους: τά χαρτιά στό καλάθι τῶν άχρηστων, τά χρώματα στά κουτιά τους, τά διάφορα παιχνίδια στήν κατάλληλη θέση κλπ.

Άυτές είναι πρώτες έμπειρίες ταξινόμησης πραγμάτων άναλογα μέ δρισμένα χαρακτηριστικά κοινά γνωρίσματα, πού δέν είναι πάντα τά ίδια. Π.χ. άλλοτε μπορεῖ νά τακτοποιούνται χωριστά τά ροῦχα πού άνήκουν στίς κούκλες και χωριστά τά καθίσματά τους και άλλοτε όλα μαζί σάν πράγματα πού άνήκουν στίς κούκλες.

Ό δάσκαλος θά πρέπει νά έπωφελείται άπό αύτές τίς καθημερινές δραστηριότητες μιλώντας μέ τά παιδιά και βοηθώντας τα νά περιγράψουν τίς έμπειρίες τους και νά έξηγήσουν γιατί ταξινομούν διάφορα πράγματα μ' έναν δρισμένο τρόπο.

«Έκείνα είναι όλα ροῦχα γιά κούκλες κι αύτά όλα είναι σκεπάσματα, κουβερτάκια και τέτοια πράγματα».

Μερικοί δάσκαλοι βρίσκουν χρήσιμο νά έχουν προετοιμάσει είδικά γι' αύτό τόν σκοπό μιά σειρά άπό διάφορα μικροαντικείμενα, δημοσιεύοντας:

κουμπιά

δσπρια

κοχύλια

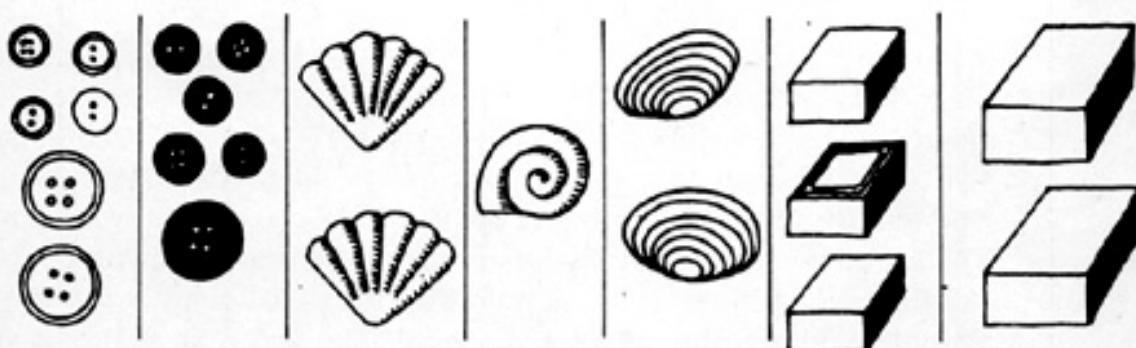
καπάκια άπό μπουκάλια ή σωληνάρια

κουτιά άπό σπίρτα

φελλοί κλπ.

βότσαλα

Τά παιδιά θά μπορούσαν νά ταξινομήσουν τά άντικείμενα μέ τόν παρακάτω τρόπο:



Καί άργότερα θά μπορούσαν ίσως νά θάλουν μαζί όλα τά κουμπιά, όλα τά κοχύλια, όλα τά κουτιά:



Στή σελίδα 36 θλέπουμε πώς δρισμένα ζῶα χωρίστηκαν σέ κατηγορίες άπό ένα παιδί 6 χρόνων. Δέν είναι σαφής ό λόγος, γιά τόν όποιο ύπάρχουν δύο ξεχωριστές κατηγορίες πουλιών.

Άργότερα τά παιδιά θά μπορέσουν νά ταξινομήσουν δρισμένα άντικείμενα σύμφωνα μέ πολύ διαφορετικά κριτήρια, όπως π.χ.

χρώμα

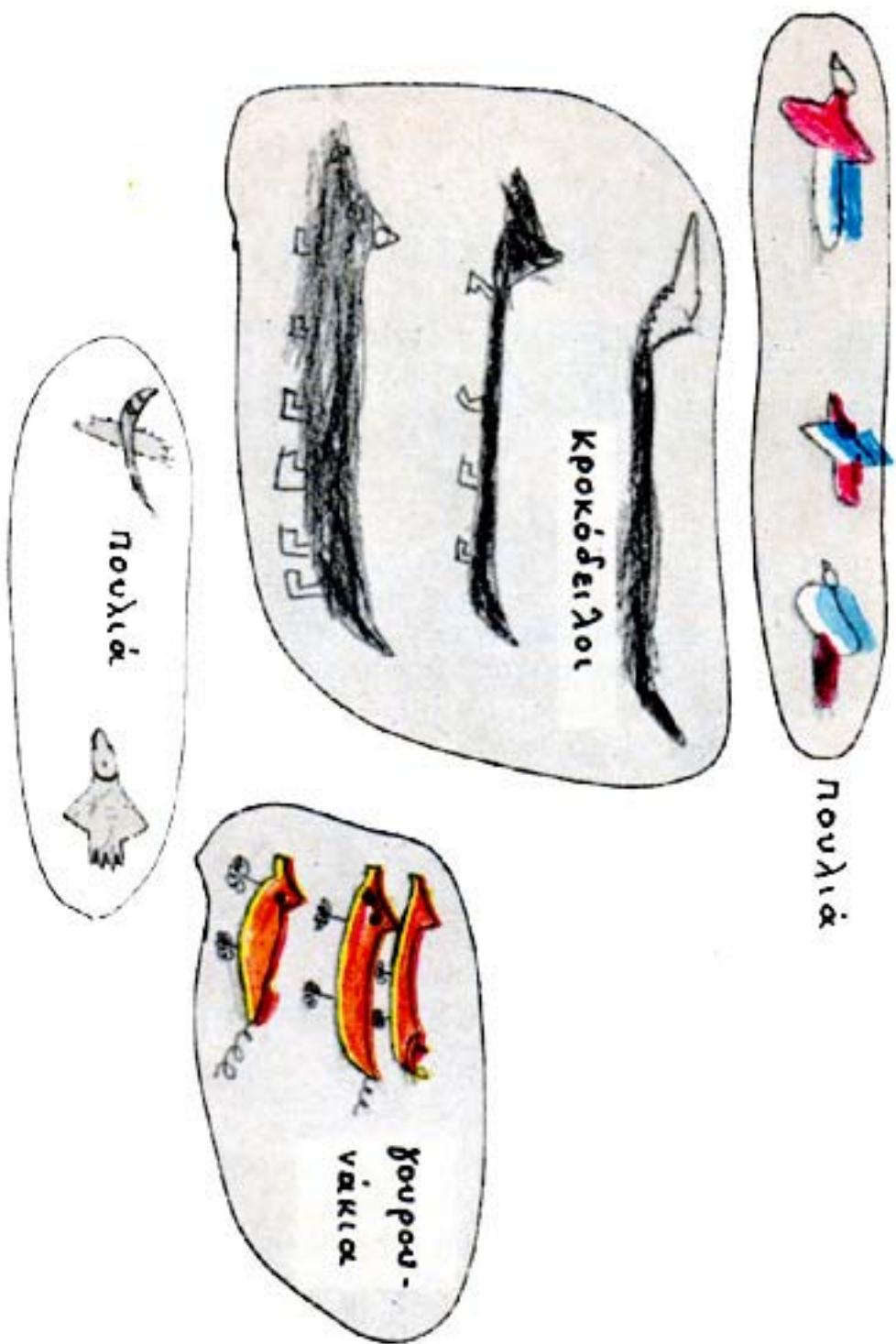
σχήμα

πράγματα μέ τρύπες καί χωρίς τρύπες

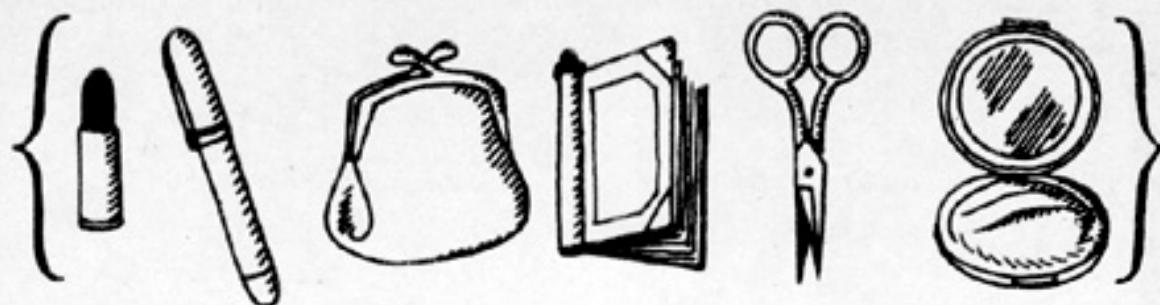
πράγματα άπό τήν παραλία, άπό τά δέντρα, άπό τά μαγαζιά κλπ.

ΤΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ

Ένα πολύ μικρό παιδί μπορεῖ ν' άρπαξει τήν τσάντα τής μητέρας του καί νά τήν άδειάσει πάνω στό πάτωμα. Αύτή ή ένέργεια είναι πολύ περισσότερο μαθηματική απ' δσο φαίνεται μέ μιά πρώτη ματιά. Άν άφησουμε τά παιδιά μόνα τους μ' ένα σωρό άπό άντικείμενα, θ' άρχισουν νά τά παρατηροῦν καί νά τά ξεχωρίζουν σέ κατηγορίες. Είναι εύκολο ν' άναφερθούμε σ' ένα «σωρό άπό άντικείμενα» γιά νά δώσουμε τήν έννοια ένός συνόλου. Τό κριτήριο γιά νά έχουμε ένα σύνολο είναι πολύ άπλό: γιά τόν σκοπό μας είναι ίκανοποιητικό νά πούμε πώς δρισμένα άντικείμενα μαζί άποτελοῦν ένα σύνολο, άν είναι φανερό γιά όποιδήποτε άντικείμενο πώς άνήκει σ' αύτό τό σύνολο ή όχι.



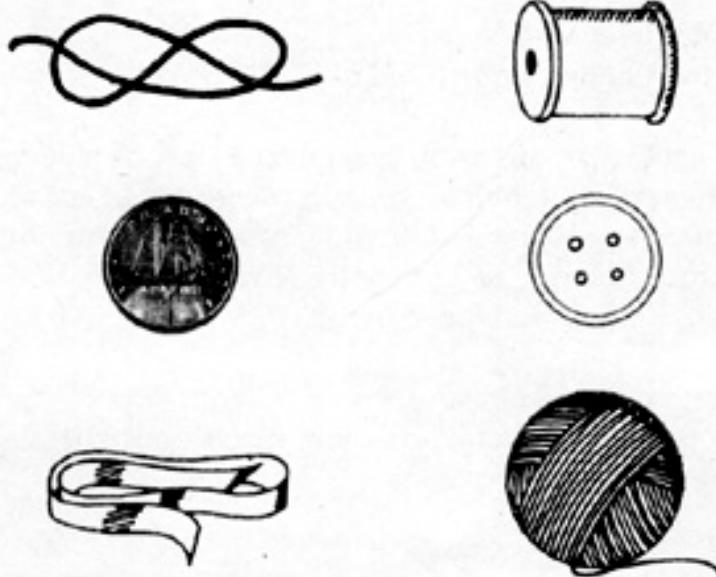
Μιά συλλογή από ζώα έχει ταξινομηθεί από ένα παιδί 6 χρόνων σέ κατηγορίες (δεν είναι φανερό γιατί ύπαρχουν δύο έξαχωριστές κατηγορίες πουλιών).



Τά άντικείμενα αύτά μποροῦν νά ξανατοποθετηθοῦν μέ αλλη σειρά, άλλα θά έξακολουθήσουν νά άποτελοῦν τό ίδιο σύνολο, γιατί ένα σύνολο καθορίζεται άπό τά «στοιχεῖα» του, δηλαδή τά άντικείμενα τοῦ συνόλου. Είναι άναγκαιό νά μποροῦμε νά ποῦμε ἀν ένα όποιοδήποτε άντικείμενο είναι η δχι στοιχεῖο τοῦ συνόλου.

Ο άριθμός τῶν στοιχείων ἐνός συνόλου είναι μιά ἔννοια πολύ κατοπινή καί τό γεγονός ότι ο άριθμός παραμένει σταθερός κι ἀν άλλαξουμε τή θέση τῶν στοιχείων είναι κάτι άκόμα πιό πολύπλοκο.

Γιά νά οδηγηθοῦμε σ' αύτή τήν ἔννοια τοῦ συνόλου θά μπορούσαμε νά θάλουμε σ' ένα κουτί διάφορα άντικείμενα, δπως π.χ. ένα κομμάτι σπάγγο, μιά κουβαρίστρα, μιά δραχμή, ένα κουμπί, μιά κορδέλα, ένα κουβάρι μάλλινη κλωστή.



"Αν δώσουμε στόν Πέτρο αύτά τά πράγματα, τότε αύτός μπορεῖ νά τά χωρίσει μέ διάφορους τρόπους π.χ.

Αύτά μοῦ ἀρέσουν



Αύτά δέν μοῦ ἀρέσουν



Φυσικά ό Πέτρος δέν θά μπορούσε νά τά τοποθετήσει έτσι ή νά τά περιγράψει μ' αύτόν τόν τρόπο. Ή είκόνα είναι μόνο μιά μαθηματική ἀναπαράσταση πού δείχνει τί έχει συμβεῖ.

Θά πρέπει νά έκμεταλλευτοῦμε όποιαδήποτε εύκαιρια γιά ν' ἀρχίσουμε μιά συζήτηση μέ τό παιδί. Γιά παράδειγμα, ό Πέτρος θά μπορούσε νά ξεχωρίσει δύο άπό τά πράγματα πού τοῦ ἀρέσουν καί νά πεῖ:

Αύτό είναι πιό μεγάλο άπό ἐκεῖνο, ή
Αύτό είναι πιό μαλακό άπό τό ἄλλο.

Στήν πραγματικότητα αύτό πού ἔχει κάνει ό Πέτρος είναι πώς ἀρχισε μέ ἔνα σύνολο ἀντικειμένων (τό περιεχόμενο τοῦ κουτιοῦ) καί τό χώρισε (διαμέρισε) σέ ύποσύνολα πού περιλαμβάνουν: α) τά πράγματα πού τοῦ ἀρέσουν καί β) τά πράγματα πού δέν τοῦ ἀρέσουν. "Έχει κάνει δηλαδή ἔναν διαμερισμό τοῦ συνόλου. Κάθε ἀντικείμενο ἀνήκει σέ ἔνα καί μόνο άπό τά ύποσύνολα.

"Οταν τά παιδιά ἀσχολοῦνται μέ τήν τακτοποίηση ή τήν ταξινόμηση τῶν πραγμάτων τους θά πρέπει νά κάνουμε τέτοιες συζητήσεις μαζί τους πού νά δηγοῦν σέ παρατηρήσεις δημοσίευσης:

"Όλα ἐκεῖνα είναι ἄσπρα.
"Όλα αύτά είναι ρόζ.

Αύτό έχει τό ίδιο χρώμα μέ έκεινο.

Τό άρκουδάκι έχει τό ίδιο χρώμα μέ τή μαιμού.

Τό φόρεμα τής Καίτης έχει τό ίδιο χρώμα μέ τό δικό μου.

Τό φόρεμά μου έχει τό ίδιο χρώμα μέ τής Καίτης.

«Έχει τό ίδιο χρώμα μέ» είναι μία σχέση. Άλλες σχέσεις, όπως «είναι πιό μακρύ άπό», θά παρουσιαστούν επίσης άπό μόνες τους. Πολλές εύκαιρες μπορούν νά έμφανιστούν μέσα στήν τάξη γιά ταξινομήσεις και χωρισμούς. Γιά παράδειγμα, τά παιδιά συχνά δοκιμάζουν διάφορα άντικείμενα σέ μιά λεκάνη μέ νερό γιά ν' άνακαλύψουν ήν τά άντικείμενα αύτά πλέουν ή βυθίζονται στό νερό. Μερικά παιδιά μπορεΐ νά έχουν ήν συγκεκριμένο σύνολο άπό άντικείμενα: φελλό, καρφί, παραμάνα, μολύβι, ξύλινη χάντρα, βότσαλο, άχιβάδα, κουμπί, κουβαρίστρα, δραχμή. Θά χωρίσουν τό σύνολο άνάλογα μέ τό ήν τά στοιχεία του πλέουν ή βυθίζονται.

Πράγματα πού πλέουν

ξύλινη χάντρα

φελλός

κουβαρίστρα

μολύβι

Πράγματα πού βυθίζονται

καρφί

κουμπί

άχιβάδα

παραμάνα

βότσαλο

δραχμή

«Διαμερισμός» είναι ο χωρισμός ένός συνόλου σέ ύποσύνολα ήται ώστε κάθε ύποσύνολο νά περιέχει τουλάχιστον ήν στοιχείο και κάθε στοιχείο ν' άνήκει σέ ήν και μόνο ύποσύνολο. Είναι εύκολο νά δοῦμε τί σημαίνει αύτό ήν τό μεταφράσουμε μέ όρους τού παιχνιδιού τῶν παιδιῶν. Τά παιδιά χωρίζουν τό σύνολο τῶν άντικειμένων σέ δύο σωρούς, οί όποιοι θά μπορούσαν νά τιτλοφορηθούν «πλέουν» και «βυθίζονται». Υπάρχει τουλάχιστον ήν στοιχείο τού συνόλου σέ κάθε σωρό, κάθε στοιχείο βρίσκεται σέ ήν από τούς σωρούς, άλλα κανένα στοιχείο δέν μπορεΐ ν' άνήκει σέ περισσότερους άπό ήν (ή πλέει η βυθίζεται στό νερό).



Έδω τά παιδιά έχουν πάρει όλα τά άντικείμενα άπό τη λεκάνη μέ τό νερό καί τά έχουν τοποθετήσει πάνω σ' ένα τραπέζι. Ένα στεφάνι χρησιμοποιείται γιά νά τά περικλείει καί ένας χάρακας είναι τοποθετημένος έτσι ώστε νά χωρίζει αύτά πού πλέουν άπό έκεīνα πού βυθίζονται.

Άλλοι τρόποι παράστασης αύτοῦ τοῦ διαμερισμοῦ είναι:

(a)



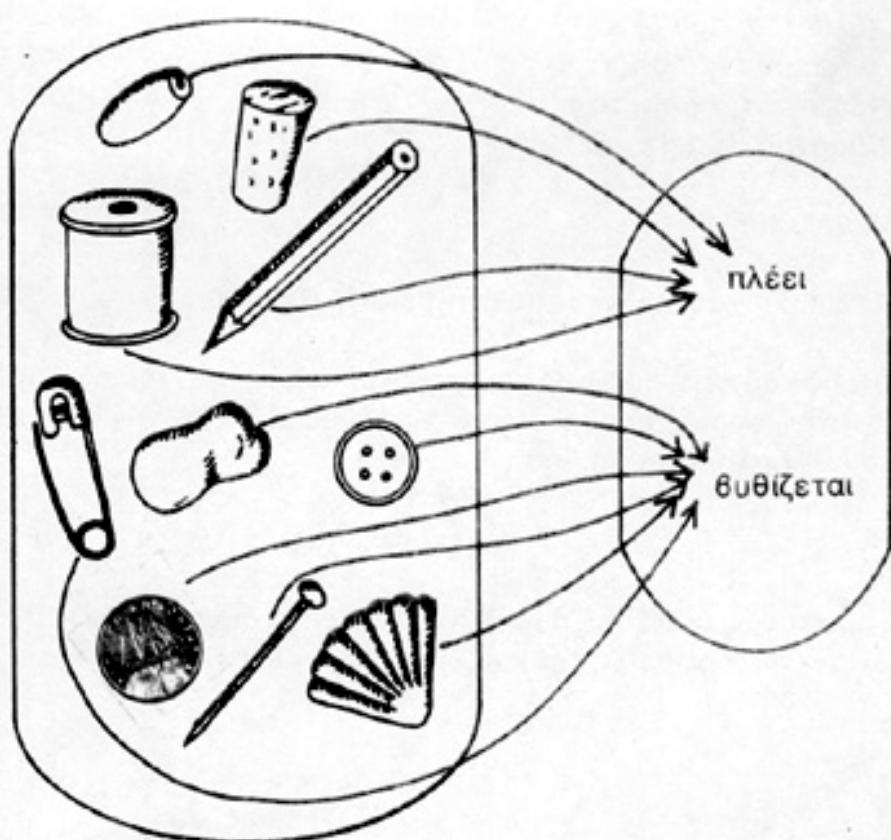
(6)

Ξύλινη χάντρα	καρφί
φελλός	κουμπί
κουβαρίστρα	άχιβάδα
μολύβι	παραμάνα
	θότσαλο
	δραχμή

πράγματα πού πλέουν

πράγματα πού βυθίζονται

(γ)



Τό πείραμα δείχνει τί συμβαίνει στά άντικείμενα όταν αύτά τοποθετούνται στό νερό. Αύτή ή σχέση ύποδηλώνεται μ' ένα βέλος πού σημαίνει: «ἄν τοποθετηθεῖ στό νερό».

Ή πληροφορία έτσι είναι έντελως φανερή:

Τό μολύβι ἀν τοποθετηθεῖ στό νερό πλέει.
Τό κουμπί ἀν τοποθετηθεῖ στό νερό βυθίζεται.

(δ) Ό επόμενος τρόπος δείχνει τή σχέση σάν ένα σύνολο από «διατεταγμένα ζεύγη». Ή πληροφορία δίνεται έτσι:

- (Εύλινη χάντρα, πλέει)
- (φελλός, πλέει)
- (κουβαρίστρα, πλέει)
- (μολύβι, πλέει)
- (καρφί, βυθίζεται)
- (κουμπί, βυθίζεται)
- (άχιθάδα, βυθίζεται)
- (παραμάνα, βυθίζεται)
- (βότσαλο, βυθίζεται)
- (δραχμή, βυθίζεται)

Καί διαθάζεται:

π.χ. Ή Εύλινη χάντρα ἀν τοποθετηθεῖ στό νερό πλέει.

Ή μέθοδος αύτή προσφέρει μιά πρώτη εύκαιρία γιά ν' άνακαλύψουμε πώς ή σειρά, στήν όποια τοποθετοῦμε τά πράγματα, πολλές φορές έχει μεγάλη σημασία. Ή πληροφορία:

(πλέει, φελλός)

είναι προφανώς άνόητη. Τά παιδιά μποροῦν νά διασκεδάζουν άναποδογυρίζοντας τίς πληροφορίες καί κοιτώντας ἀν κι έτσι έχουν νόημα.

(ε) Ό παρακάτω τρόπος πού δίνεται ή πληροφορία όνομάζεται συνήθως πίνακας:

	πλέει	θυθίζεται
φελλός	X	
καρφί		X
κουθαρίστρα	X	
παραμάνα		X
άχιθάδα		X
θότασαλο		X
δραχμή		X
μολύβι	X	
κουμπί		X
ξύλινη χάντρα	X	

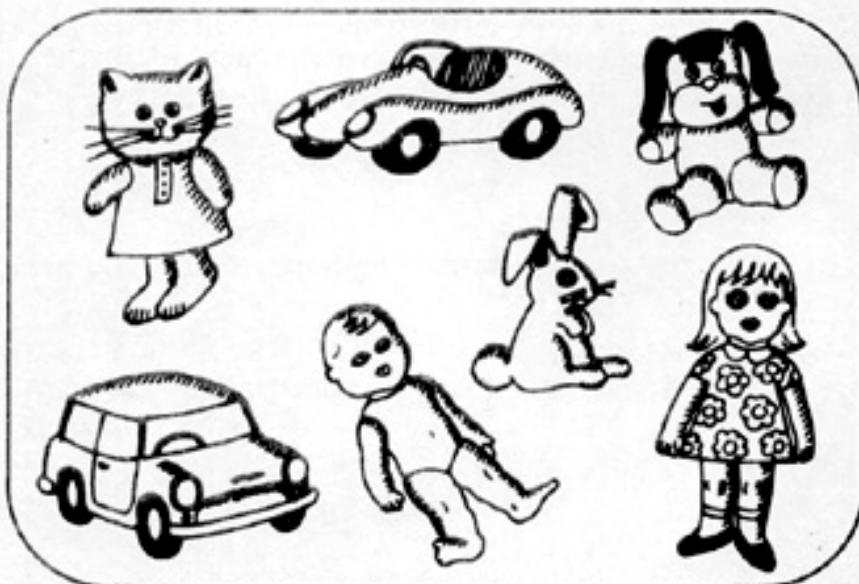
Φυσικά, δέν θά πρέπει νά χρησιμοποιούμε όλους αύτούς τούς τρόπους άναπαράστασης σέ κάθε περίπτωση. Πολλές φορές δέν χρειάζεται νά χρησιμοποιούμε κανένα. Έξαλλου, όρισμένοι από αύτούς τούς τρόπους είναι πιό σύνθετοι από άλλους. Τά παραδείγματα σμως δόθηκαν γιά νά γνωρίσουν οι δάσκαλοι τίς πραγματικά πλούσιες δυνατότητες πού ύπαρχουν γιά νά θεμελιωθεί ή άναπτυξη τής μαθηματικής σκέψης τών παιδιών.

4 ΆΛΛΕΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΕΙΣ

Η ταξινόμηση είναι μιά φυσική δραστηριότητα που διασκεδάζει τά παιδιά. Είναι έπισης ένα άναγκαιο στάδιο γιά τήν κατανόηση τής έννοιας τοῦ άριθμοῦ. Έπιπλέον, οι έννοιες που συνειδητοποιούνται μέ τήν ταξινόμηση όδηγούν άργότερα στήν άνάπτυξη τής λογικής σκέψης τοῦ παιδιοῦ καί τής δυνατότητάς του νά πάρνει άποφάσεις.

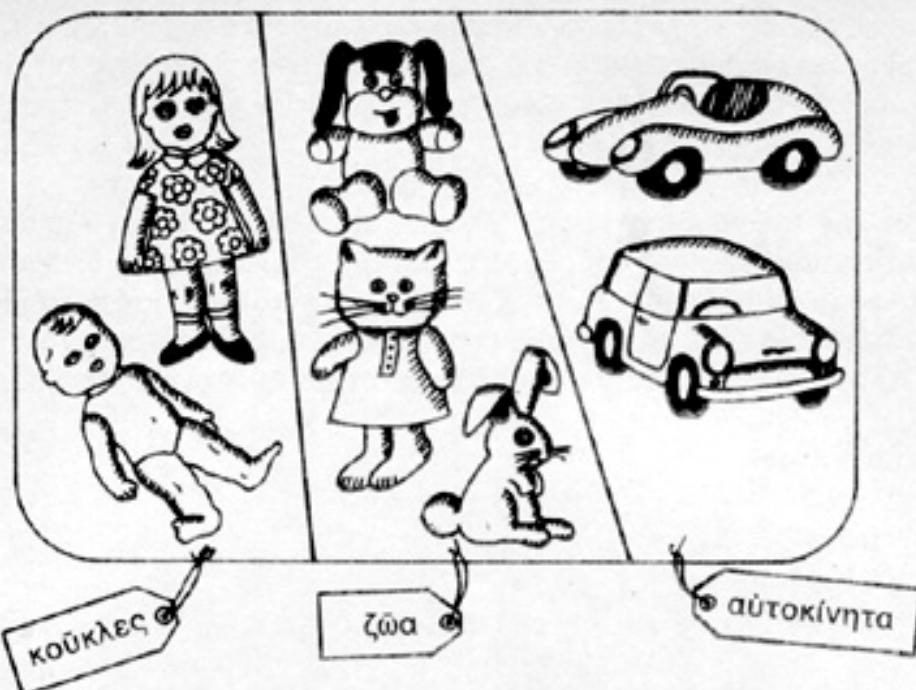
Μέχρι τώρα άσχοληθήκαμε μέ τόν διαμερισμό ένός συνόλου σέ δύο ύποσύνολα (π.χ. πλέουν, βιθίζονται). Άργότερα όρισμένα σύνολα μποροῦν νά διαμεριστούν σέ περισσότερα άπό δύο ύποσύνολα.

Γιά παράδειγμα, ή 'Έλένη έχει ένα καθορισμένο σύνολο άντικειμένων. Ξέρει τά στοιχεῖα πουύ άποτελούν τό σύνολο καί μπορεῖ νά τά διακρίνει μεταξύ τους.



Τό σύνολο τών παιχνιδιών τής 'Έλένης.

Μπορεῖ νά τά ξεχωρίσει (νά διαμερίσει τό σύνολο) άνάλογα μέ τό ἄν τά στοιχεῖα (τά παιχνίδια στήν περίπτωση αύτή)είναι: α) ζῶα, β) κούκλες ή γ) αύτοκίνητα.



Γιά νά πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα, ας ύποθέσουμε πώς διαμερίζουμε ένα σύνολο παιδιών άνάλογα μέ τό ἀν τά μάτια τους είναι γαλανά, καστανά ή άλλου χρώματος.

Γαλανά μάτια Καστανά μάτια Μάτια μέ άλλο χρώμα

Γιώργος Άλικη Έλένη	Άννα Κώστας Δημήτρης Καίτη Νίκος	Τάκης Κική
---------------------------	--	---------------

Χωρίστηκαν σέ τρία ύποσύνολα άνάλογα μέ τό ἀν έχουν:

- α) γαλανά μάτια: Γιώργος, Άλικη, Έλένη.
- β) καστανά μάτια: Άννα, Κώστας, Δημήτρης, Καίτη, Νίκος.
- γ) μάτια μέ άλλο χρώμα: Τάκης, Κική.

Ο διαμερισμός συχνά περιέχει κάποια ύποκειμενική άπόφαση, π.χ. ότι Σωτήρης έχει μάτια γαλανά, καστανά ή άλλου χρώματος; Αύτό δέν ένοχλεί τόν σκοπό μας. Η άπόφαση δέν είναι άπαραίτητο νά είναι ή «άντικειμενικά σωστή».

Η έννοια τής ταξινόμησης μπορεί νά έπεκταθεί περισσότερο. Γιά παράδειγμα, αν τά παιδιά πάνε μιά έκδρομή τήν άνοιξη, δταν γυρίσουν θά έχουν μαζί τους διάφορα άντικείμενα πού μάζεψαν. Η πρώτη ταξινόμηση πού πιθανό νά κάνουν τά παιδιά είναι νά χωρίσουν λουλούδια, φύλλα, πέτρες, χορταράκια κ.λ.π. Τά λουλούδια έπειτα μπορούν νά χωριστοῦν άνάλογα μέ τό είδος τους:

μαργαρίτες
θιολέτες
άνεμωνες
σκουλαρίκια
κρινάκια

Θά μπορούσαν έπίσης νά χωριστοῦν άνάλογα μέ τό χρώμα τους:

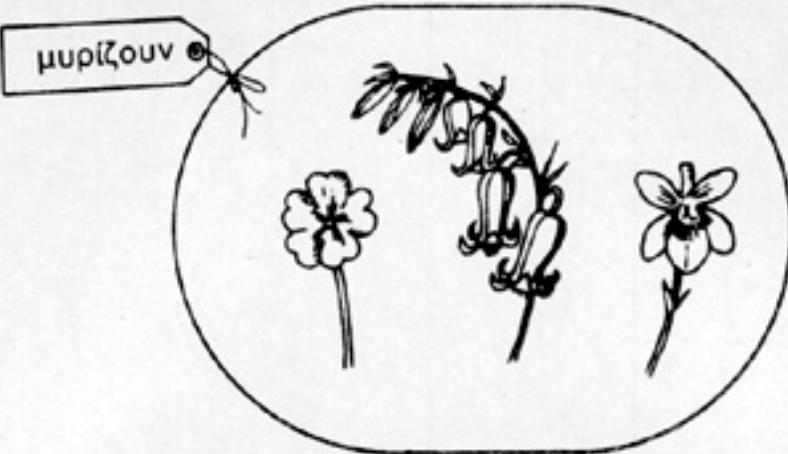
κίτρινα
άσπρα
μπλέ .

Σ' ένα κατοπινό στάδιο τά παιδιά θά μπορέσουν νά κάνουν άκόμα πιό σύνθετες ταξινομήσεις, σάν κι αύτή:

	δέν μυρίζουν	έχουν λείο μίσχο	έχουν χνουδωτό μίσχο
μαργαρίτες	X		X
θιολέτες	X	X	
άνεμωνες		X	X
σκουλαρίκια	X		X
κρινάκια		X	X

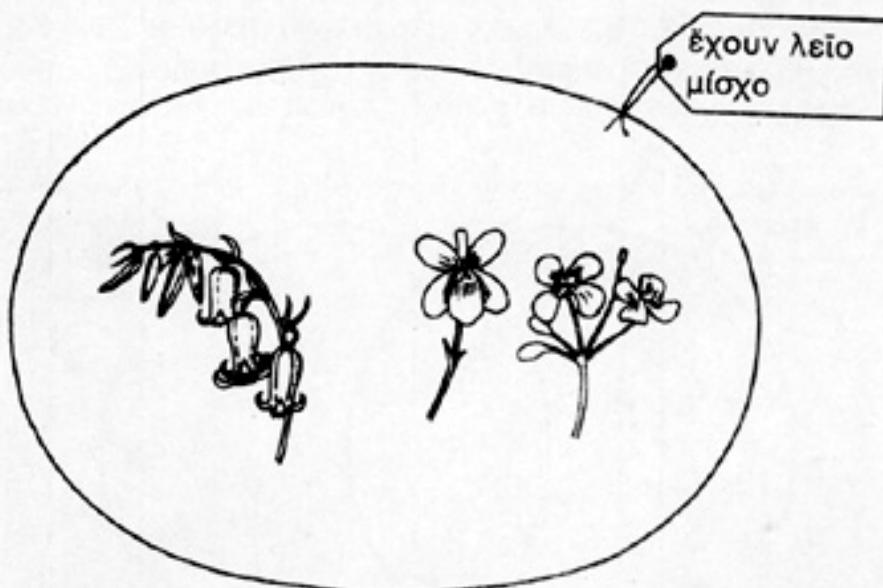
Έχουμε έτσι έκφράσει δύο σχέσεις: α) άνάμεσα στά λουλούδια και στή μυρωδιά τους και β) άνάμεσα στά λουλούδια και στό είδος τού μίσχου τους.

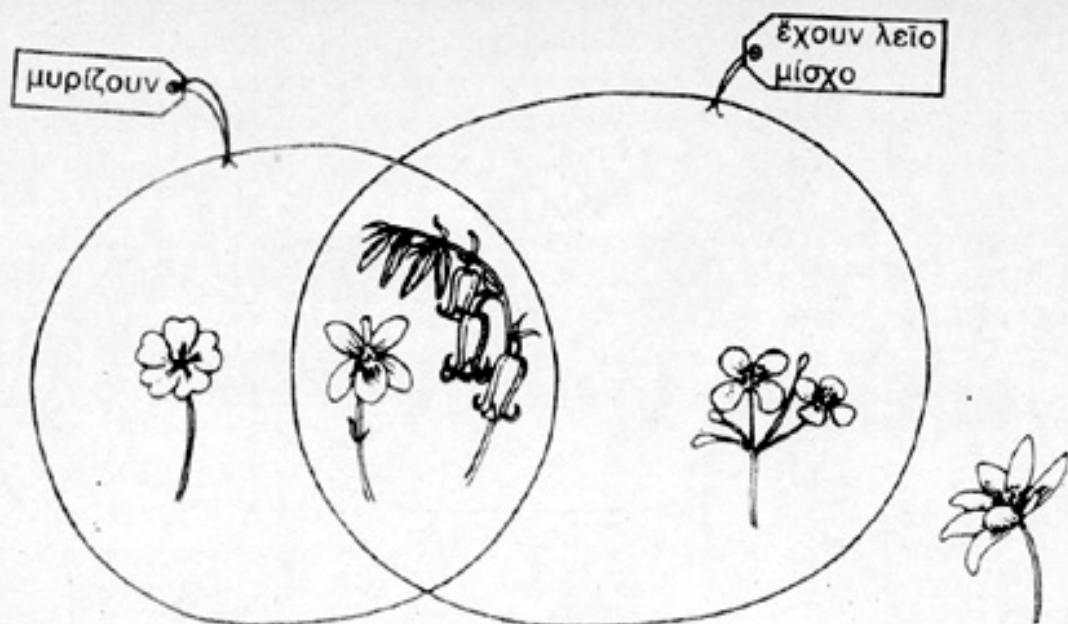
Ένας άλλος τρόπος γιά νά παραστήσουμε αύτές τίς σχέσεις είναι νά κάνουμε περιγράμματα άπό σπάγγο ή κορδόνι και νά θάλλουμε τά λουλούδια στά κατάλληλα περιγράμματα. Γιά παράδειγμα, θά μπορούσαμε ν' άποφασίσουμε πώς δλα τά λουλούδια πού μυρίζουν θά έπρεπε νά μποῦν μέσα σ' ένα περίγραμμα:



(Η λέξη «μυρίζουν» μπορεί νά γραφει σ' ένα χαρτονάκι που νά δένεται στό περίγραμμα άπό κορδόνι).

Θά μπορούσαμε έπισης νά τοποθετήσουμε μέσα σ' ένα περίγραμμα όλα τά λουλούδια που έχουν λειο μίσχο:

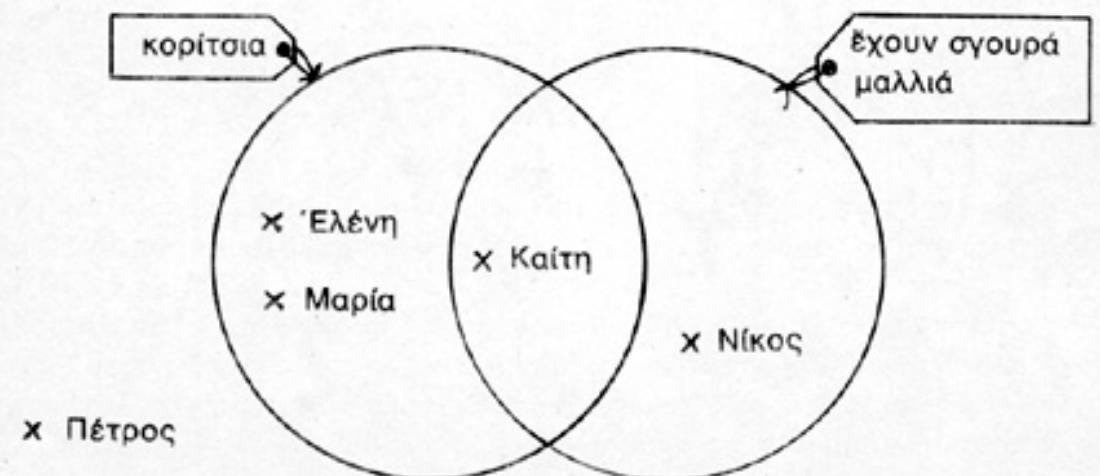




Έδω ή βιολέτα και τό σκουλαρίκι πρέπει νά τοποθετηθοῦν στό κοινό τμῆμα τῶν δύο περιγραμμάτων, στήν «τομή» τους: άνήκουν και στά λουλούδια πού μυρίζουν και στά λουλούδια πού έχουν λειο μίσχο. Ή άνεμωνη πρέπει νά τοποθετηθεῖ κάπου έξω άπό τά περιγράμματα, γιατί οὔτε μυρίζει οὔτε έχει λειο μίσχο.

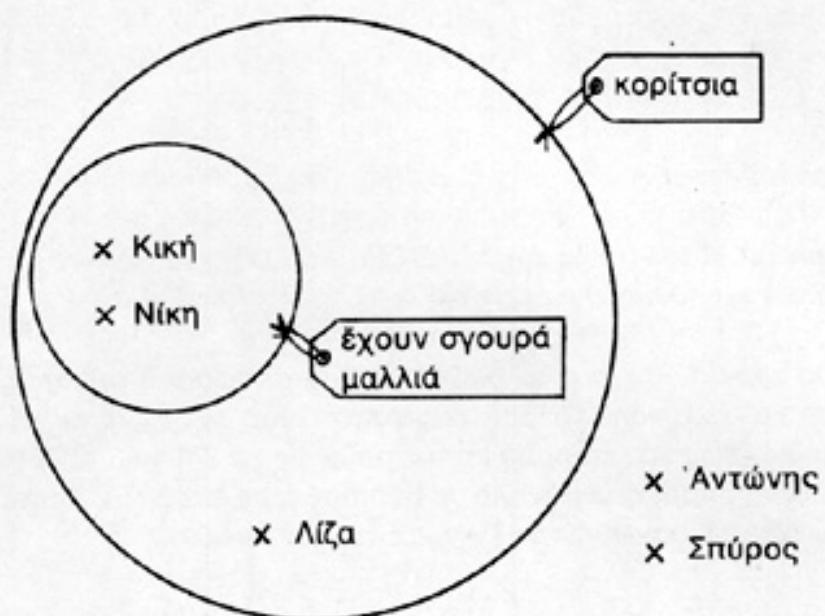
Οι παραπάνω παραστάσεις όνομάζονται διαγράμματα τοῦ Venn. Έχουν πολλές χρήσεις, δπως π.χ. γιά νά δώσουμε τίς άρχες τῶν λογικῶν συλλογισμῶν.

Τά ίδια τά παιδιά μποροῦν νά πάρουν μέρος σ' αύτές τίς δραστηριότητες. Γιά παράδειγμα, ἀς ύποθέσουμε ότι ύπάρχουν πέντε παιδιά: ὁ Πέτρος, ἡ Έλένη, ὁ Νίκος, ἡ Μαρία και ἡ Καίτη. Χωρίζονται άνάλογα μέ τό ἂν είναι κορίτσια ή έχουν σγουρά μαλλιά. Στήν περίπτωση αύτή τό διάγραμμα θά μποροῦσε νά είναι τῆς μορφῆς:



Από τό σχήμα μπορούμε νά δοῦμε ότι ή Καίτη είναι κορίτσι μέ σγουρά μαλλιά, ένω ό Πέτρος ούτε είναι κορίτσι ούτε έχει σγουρά μαλλιά. Η Έλένη δέν έχει σγουρά μαλλιά κ.λ.π.

Γιά τήν Κική, τή Νίκη, τή Λίζα, τόν Άντωνη και τόν Σπύρο τό διάγραμμα θά μπορούσε νά είναι:



Από αύτό τό σχήμα φαίνεται πώς στό νέο σύνολο παιδιών όλα δσα έχουν σγουρά μαλλιά είναι κορίτσια, άφου τό σύνολο τών παιδιών πού έχουν σγουρά μαλλιά περιέχεται μέσα στό σύνολο τών κοριτσιών.

Άς ξαναγυρίσουμε στήν παράσταση τών παιχνιδιών τής Έλένης ταξινομημένων σέ πίνακα:

	κούκλα	ζώο	αύτοκίνητο
Άντυ	X		
Σίντυ	X		
λαγός		X	
σκύλος		X	
γάτα		X	
άγωνιστικό			X
μίνι			X

Μπορούμε νά πάρουμε μιά πρώτη ιδέα άπό τόν τρόπο, μέ τόν όποιο ένας μαθηματικός θά ξδινε τίς ίδιες πληροφορίες:

	κούκλα	ζώο	αύτοκίνητο
"Άντυ	1	0	0
Σίντυ	1	0	0
λαγός	0	1	0
σκύλος	0	1	0
γάτα	0	1	0
άγωνιστικό	0	0	1
μίνι	0	0	1

'Εδω 1 σημαίνει «είναι» (ό λαγός είναι ζώο) και 0 σημαίνει «δέν είναι» (ό λαγός δέν είναι κούκλα ή αύτοκίνητο).

'Η μέχρι τώρα πορεία δδηγεί στήν άναγκη τοῦ ύπολογισμοῦ τοῦ άριθμοῦ τῶν στοιχείων σέ κάθε σύνολο. (Πόσα κορίτσια; Πόσα έχουν σγουρά μαλλιά; κ.λ.π.) Τά παιδιά ίσως νά μποροῦν νά μετροῦν ώς τό 2 ή τό 3 πρίν πάνε στό σχολείο, άλλά θά ύπαρχουν σύνολα μέ περισσότερα στοιχεία. Είμαστε έτοιμοι λοιπόν γιά τήν είσαγωγή τής έννοιας τοῦ άριθμοῦ.

Σημείωση

Οι όροι σύνολο, ύποσύνολο, διάμερισμός, τομή κ.λ.π. άναφέρονται γιά νά δώσουν μιά δλοκληρωμένη είκόνα τοῦ θέματος στόν δάσκαλο και δχι γιά νά χρησιμοποιηθοῦν στή συζήτηση μέ τά παιδιά.

5 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Παιχνίδια μέ τήν ἄμμο.

Τό έλευθερο παιχνίδι μέ μιά μεγάλη ποικιλία ύλικων χρειάζεται γιά νά ύπαρξουν οι άπαραίτητες έμπειρες σχετικές μέ τή μέτρηση. Κάθε τάξη θά ἔπρεπε νά έχει μιά μεγάλη λεκάνη μέ χοντρή ἄμμο, πού νά μπορεῖ νά βραχεῖ καί νά στεγνώσει, ώστε νά γίνουν συγκρίσεις ἀνάμεσα στή συμπεριφορά ἐνός υγροῦ καί ἐνός στεγνοῦ ύλικοῦ. Ἐνα ξύλινο δοχείο, προσαρμοσμένο πάνω σ' ἕνα τραπέζι, μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεῖ γιά νά βάλουμε μέσα λεπτή ἄμμο.

Κουβαδάκια, διάφορα δοχεία, πλαστικά κύπελλα, κουτιά γιά διάφορες χρήσεις, φτυαράκια, μικρές τσουγκράνες, κουτάλες, κουταλάκια, κόσκινα διαφόρων σχημάτων καί μεγεθῶν θά πρέπει νά είναι διαθέσιμα.



Λεξιλόγιο καί στόχοι τοῦ παιχνιδιοῦ.

Ἐνα λεξιλόγιο θά ἀναφέρεται στό σχῆμα καί τό μέγεθος τῶν δοχείων καθώς καί στίς διάφορες σχέσεις τους καί ἕνα ἄλλο θά ἀναφέρεται στήν ἴδια ἄμμο.

a) Δοχεία

Φαρδύ, στενό, πλατύ, λεπτό, παχύ, ψιλό, χοντρό, μακρύ, κοντό, ψηλό, βαθύ, ρηχό, στρογγυλό (άργότερα κυκλικό, καμπύλο), στενόμακρο, πολύ, λίγο, γεμάτο, ἀδειο. Τά παιδιά, θέθαια, θά χρησιμοποιοῦν τίς λέξεις μεγάλο, πολύ μεγάλο, μεγαλύτερο, μικρό, πολύ μικρό, μικρότερο, ἀλλά ὁ δάσκαλος θά πρέπει νά τά θοηθάει νά ἐκφράσουν σωστά αύτό πού θέλουν νά ποῦν. Γιά παράδειγμα, ἑνα παιδί μπορεῖ νά λέει «μεγαλύτερο» καί νά ἐννοεῖ «χωράει περισσότερο ἀπό», «είναι πιό θαρύ ἀπό» η «είναι μακρύτερο ἀπό».

Τά παιδιά μποροῦν νά δηγηθοῦν γιά νά παρατηρήσουν τίς διαφορές καί τίς διμοιότητες ἀνάμεσα στήν ἔξωτερική ἐμφάνιση ἐνός δοχείου καί στό «έσωτερικό» του σχῆμα.

6) Ή αμμος

Πόση, πόση περισσότερη, πόση λιγότερη.

Τό συχνό παράπονο: «δέν φτάνει ή αμμος» μπορεί νά οδηγήσει σέ συζήτηση γιά τήν κατάσταση. Θά επρεπε νά πάρουμε κι άλλη αμμο ή θά επρεπε νά μοιράσουμε λιγότερη σέ κάθε παιδί ή θά επρεπε νά παίξουν λιγότερα παιδιά μέ τήν αμμο πού ύπαρχει;

Ένω τά παιδιά παίζουν, ό δάσκαλος μπορεί νά τά παρατηρεί πού ταιριάζουν, ταξινομοῦν καί μετροῦν μέ πολλούς τρόπους. Άπο τήν άρχη τοῦ παιχνιδιού τους μέ τήν αμμο καί τά δοχεία, τά παιδιά άποκτοῦν τήν έμπειρία τοῦ χώρου τών τριών διαστάσεων, πού οδηγεί τελικά στήν έννοια τοῦ δύκου.

Ένας άπο τούς στόχους τοῦ παιχνιδιού είναι ή σύγκριση τοῦ μεγέθους δύο δοχείων – ποιό χωράει περισσότερη αμμο; Άκόμη καί σ' ένα πρώτο στάδιο μποροῦμε νά ζητήσουμε άπο τά παιδιά νά μαντέψουν τήν άπαντηση, πρίν τήν άνακαλύψουν άπο μόνα τους. Στήν άρχη τά παιδιά μπορεί νά κάνουν τήν σύγκριση άδειάζοντας τήν αμμο άπο τό ένα δοχείο στό άλλο. Άργοτερα, θά γίνουν ίκανά νά βρίσκουν ποιό δοχείο είναι μεγαλύτερο, γεμίζοντας τά δοχεία μέ κουταλιές αμμο καί μετρώντας αύτές τίς κουταλιές. Μιά πρόχειρη ζυγαριά (μέ δύο δίσκους) μπορεί νά προσφέρει στά παιδιά κι άλλες εύκαιρεις γιά άνακαλύψεις. Τά παιδιά πού είχαν πολλές έμπειρίες στό γέμισμα δοχείων μέ διάφορα μέσα (κουτάλια, φλιτζάνια κ.λ.π.) θά διαπιστώσουν γρήγορα πώς είναι πιό εύκολο νά βροῦν ποιό δοχείο χωράει περισσότερο άν ζυγίσουν τά δοχεία γεμάτα μέ αμμο. Αύτό θά οδηγήσει καί σ' άλλο λεξιλόγιο: θαρύ, έλαφρύ.

Άκόμα καί σ' αύτό τό στάδιο, τά παιδιά μπορεί ν' άνακαλύψουν πώς δύο δοχεία πού έχουν διαφορετικό σχήμα μπορεί νά χωροῦν τήν ίδια ποσότητα αμμου – μιά σημαντική έμπειρία πού οδηγεί στήν έννοια τής διατήρησης τοῦ δύκου παρά τήν άλλαγή τοῦ σχήματος. «Αν τά παιδιά βρίσκονται στό δρόμο τής κατανόησης αύτής τής έννοιας, τότε θά είναι ίκανά ν' άπαντησουν στήν έρώτηση: «Αν δυό κουτιά παίρνουν τήν ίδια ποσότητα αμμου, τί μπορείτε νά πείτε γιά τόν χώρο μέσα σέ κάθε κουτί;».

«Αν ένα παιδί δέν καταλαβαίνει αύτή τήν έρώτηση, τότε είναι άναγκαιό νά έχει κι άλλες έμπειρίες μέ γέμισμα καί άδειασμα δοχείων δχι μόνο μέ αμμο, άλλα καί μέ άλλα ύλικα. Είναι έπισης άναγκαιό νά συζητοῦμε μέ τό παιδί τήν ώρα πού παίζει, γιά νά θεβαιωθοῦμε πώς καταλαβαίνει τί σημαίνει μέγεθος καί σχήμα ένός δοχείου, καθώς καί τί έννοοῦμε όταν λέμε πόσο χωράει αύτό τό δοχείο.

Φυσικά, ό δάσκαλος πού θέλει νά κάνουν τά παιδιά τίς δικές τους άνακαλύ-

ψεις, θά πρέπει νά θεσαιωθεῖ πώς πραγματικά ύπάρχουν μερικά δοχεῖα πού έχουν τήν ίδια χωρητικότητα, αν καί έχουν διαφορετικό σχῆμα. Δηλαδή, θά πρέπει νά ύπάρχουν έκεινες οι συνθήκες, πού νά έπιτρέπουν στά παιδιά ν' άνακαλύψουν κάτι. Ή παρατηρητικότητα, ή διορατικότητα καί ή δεξιότητα τοῦ δασκάλου θά παιέσουν ένα σημαντικό ρόλο στήν έπιτυχία τῶν παιδιῶν καί θά πρέπει νά χρησιμοποιοῦνται συνέχεια σέ συνδυασμό μέ τήν προμήθεια τῶν ύλικῶν.

2. Παιχνίδια μέ τό νερό

Τά πιό χρήσιμα μέσα είναι δοχεῖα διαφόρων σχημάτων καί μεγεθών, πλαστικοί καί λαστιχένιοι σωλήνες, κανάτες, χωνιά, κόσκινα καί σουρωτήρια, κομματάκια ἀπό φελλό, σφουγγάρια, πέτρες καί μικρά κομμάτια ἀπό ξύλο.

Τά παιδιά θά γεμίζουν τά δοχεῖα μέ νερό, ὅπως ἔκαναν καί μέ τήν ἄμμο. Μποροῦν νά δοῦν περισσότερα πράγματα ἀν μερικά ἀπό τά μέσα πού χρησιμοποιοῦν είναι φτιαγμένα ἀπό κάποιο διαφανές ύλικό – γιά τά μικρά παιδιά τό γυαλί είναι τίς περισσότερες φορές ἀκατάλληλο.

Ή προσθήκη στό νερό ἐνδιάμεσος ἀπορρυπαντικοῦ (οχι τοξικοῦ) ή μπογιᾶς (π.χ. λουλάκι) σέ μικρή ποσότητα θά τονώσει τό ἐνδιαφέρον τῶν παιδιῶν. Όπως σέ όλα τά παιχνίδια τῶν παιδιῶν, ἔτσι καί μέ τό νερό θά ύπαρξουν πολλές εύκαιριες γιά μέτρημα, ταίριασμα καί ταξινομήσεις. Μερικές φορές είναι χρήσιμο νά έναλλάσσονται τά παιχνίδια μέ τό νερό μέ τά παιχνίδια μέ τήν ἄμμο. Ὡστε τά παιδιά νά μποροῦν ν' άνακαλύψουν γιατί ὄρισμένα μέσα (σωλήνες, φτυαράκια κλπ.) χρησιμοποιοῦνται μόνο μέ τό ένα ύλικό καί δέν μποροῦν νά χρησιμοποιηθοῦν μέ τό ἄλλο.

Λεξιλόγιο καί στόχοι τοῦ παιχνιδιοῦ.

Όλο τό λεξιλόγιο, πού άναφέρθηκε στό προηγούμενο κεφάλαιο καί ἔχει σχέση μέ τό σχῆμα καί τό μέγεθος τῶν δοχείων, θά χρησιμοποιηθεῖ καί σ' αύτή τή δραστηριότητα.

Τά χαρακτηριστικά τῶν ύγρῶν πού μπορεῖ ν' άνακαλύψει ένα παιδί είναι: γιατί ένα ύγρο πρέπει νά περιέχεται μέσα σέ κάποιο δοχεῖο, τί συμβαίνει σταν ένα ύγρο χυθεῖ, μεταφερθεῖ ἀπό ένα δοχεῖο σέ ἄλλο, ζεσταθεῖ, παγώσει κλπ., πῶς παίρνει τό σχῆμα τοῦ δοχείου, πῶς τό νερό μπορεῖ νά γίνει πίδακας ἢ πηγή. Ένα παιδί πέντε χρόνων, θλέποντας μιά λεκάνη μέ νερό, είπε: «Ἄν μπῶ μέσα στό μπανάκι τοῦ μωροῦ μας, τό νερό άνεβαίνει μέχρι πάνω». Μιά τέτοια φυσική παρατήρηση είναι συχνά ἡ ἀρχή μιᾶς ὀλόκληρης σειρᾶς πειραματισμῶν, άνακαλύψεων καί συζητήσεων.

Οι δάσκαλοι θά δούν πώς τά παιδιά χρειάζονται κάποια βοήθεια γιά νά καταλάβουν τή σημασία πού έχει ἡ λέξη «γεμάτο». Ή συζήτηση γύρω ἀπό τό τί είννοοῦμε δταν λέμε πώς τά μπουκάλια μέ γάλα ἡ πορτοκαλάδα είναι «γεμάτα» καί γιά ποιό λόγο τό ύγρο δέν φτάνει μέχρι τήν κορυφή, θά βοηθήσει τά παιδιά νά καταλάβουν τή φύση τής μέτρησης. Φυσικά, ἡ χρησιμοποίηση τών τυπικών μέτρων καί σταθμών θά γίνει σέ πολύ κατοπινό στάδιο.

Ἄπο τήν πλευρά τών μαθηματικών ἐννοιών, τά παιχνίδια μέ τό νερό είναι σημαντικά, γιατί βάζουν τίς βάσεις πού θά δδηγήσουν στήν πραγματική κατανόηση τοῦ δγκου καί τής χωρητικότητας. Τά παιδιά θ' ἀνακαλύπτουν σχέσεις ἀνάμεσα στά δοχεία, γεμίζοντάς τα.

Ή ἐπόμενη ἀνακάλυψη είναι ἡ ἴδιότητα τοῦ ἀντιστρεπτοῦ. "Αν ἀδειάσουμε (προσεκτικά) τό νερό ἀπό ἔνα γεμάτο δοχεῖο σ' ἔνα ἄδειο, αύτή ἡ διαδικασία είναι ἀντιστρεπτή. Δηλαδή μποροῦμε ν' ἀδειάσουμε ἔνα τό νερό στό πρώτο δοχεῖο, πού πάλι θά γεμίσει. Αύτό είναι ἔνα μεγάλο θῆμα πρός τήν κατεύθυνση τής κατανόησης τοῦ ἀμετάβλητου τοῦ δγκου. Δηλαδή, σ' ὅποιοδήποτε δοχεῖο κι ἀν μπει τό νερό (ἢ ἄλλο ἀσυμπίεστο ύλικό), ὁ δγκος του παραμένει σταθερός.

3. Ζωγραφιές, σχέδια καί κατασκευές

Αύτό τό κεφάλαιο ἀναφέρεται στό ζωγράφισμα, στό σχεδίασμα, στήν ξυλουργική, στό κολάζ, στήν κατασκευή μοντέλων μέ ὅλα τά μέσα: χαρτί, πηλό, πλαστελίνη, ζυμάρι, σύρμα κλπ.

"Αν καί πολλοί δάσκαλοι χρησιμοποιοῦν αύτές τίς δραστηριότητες μόνο γιά δημιουργικούς σκοπούς, πολλές μαθηματικές ἐμπειρίες μπορεῖ νά ἐμφανιστοῦν μέσα ἀπό τέτοιες ἀσχολίες. Οι παρατηρήσεις τών παιδιών καί τοῦ δασκάλου πάνω σέ διάφορα ἀντικείμενα καί καταστάσεις θά βοηθήσουν στήν προσέγγιση τοῦ περιβάλλοντος καί ἀπό τή μαθηματική σκοπιά.

Αύτές οι δραστηριότητες θά μποροῦσαν νά χωριστοῦν σέ δύο κατηγορίες:

- Ζωγράφισμα καί σχεδίασμα πάνω σέ ἐπιφάνειες.
- Κατασκευή μοντέλων σέ τρεῖς διαστάσεις.

a) Ζωγραφιές καί σχέδια.

Οι ἐμπειρίες πού μπορεῖ ν' ἀποκτηθοῦν ἀπό αύτές τίς δραστηριότητες ἔχουν σχέση μέ ἔκταση, χῶρο, μῆκος καί μέτρηση.

Κάνοντας ζωγραφιές καί σχέδια μέ μπογιές, μαρκαδόρους, παστέλ, κιμωλί-

ες, αύτοκόλλητα χαρτιά, κόλλες γκλασέ κλπ., τά παιδιά καλύπτουν έπιπεδες έπιφάνειες. Στά μικρά παιδιά άρέσει νά «τυπώνουν» σχέδια μέ διάφορους τρόπους: στήν άρχη μέ τά χέρια τους, έπειτα μέ σφουγγάρια ή κομμένες πατάτες καί άργοτερα φτιάχνοντας δικά τους σχέδια γιά τύπωμα. Στήν άρχη «τυπώνουν» χωρίς καμιά σειρά καί χωρίς σκοπό, άλλα μερικές φορές έμφανίζονται καί δρισμένα συμμετρικά σχήματα. Αύτό άποτελεῖ ένα πρώτο στάδιο είσαγωγής στά Μαθηματικά.

Άφού τά παιδιά έχουν πολλές έμπειρίες τυπώνοντας σχέδια πάνω σέ φύλλα δρθιογωνικού σχήματος, μποροῦμε νά δώσουμε καί χαρτιά διαφορετικών σχημάτων: ένα τετράγωνο ή ένα κυκλικό φύλλο χαρτί μποροῦν ν' άποτελέσουν καινούρια κίνητρα.

Κάνοντας κολάζ μέ αύτοκόλλητα χαρτιά, τά παιδιά άποκτούν έμπειρίες στή διευθέτηση σχημάτων μέσα σέ μιά καθορισμένη έκταση. Έννοιες σχετικές μέ μήκος καί μέτρηση, στήν πιό άπλή τους μορφή, κατανοοῦνται μέσα άπο τίς συγκρίσεις πού κάνουν τά παιδιά όταν φτιάχνουν ζωγραφιές καί σχέδια μέ τά διάφορα ύλικα.

6) Κατασκευές

Αύτές οι δραστηριότητες προσφέρουν έμπειρίες σχετικές μέ δύκο, χώρο, διαστάσεις καί, λιγότερο συχνά, μέ έμβαδόν καί βάρος.

Τά παιδιά προσπαθοῦν νά ταιριάξουν κομμάτια άπό χαρτόνι, ξύλο ή άλλα ύλικά γιά νά φτιάξουν άντικείμενα τριῶν διαστάσεων. Έκτός άπο τίς φυσικές δεξιότητες πού άποκτούν κόβοντας καί ταιριάζοντας διάφορα ύλικά, τά παιδιά άνακαλύπτουν πολλές άπό τίς ίδιότητες τών σχημάτων. Βρίσκουν πώς είναι εύκολότερο νά κολλήσουν δύο κουτιά πού έχουν έπιπεδες έπιφάνειες, παρά νά κολλήσουν ένα κουτί πού έχει έπιπεδες έπιφάνειες μέ ένα άλλο πού έχει κυλινδρική έπιφάνεια. Έτσι άποκτούν έμπειρίες σχετικές μέ τή φύση τών έπιπεδων καί τών καμπύλων έπιφανειών. Όταν φτιάχνουν ένα αύτοκινητάκι βρίσκουν πώς οι ρόδες πρέπει άνά δύο νά έχουν τό ίδιο μέγεθος γιά νά μπορεῖ τό αύτοκίνητο νά προχωρεῖ κανονικά. Έπίσης βρίσκουν πώς γιά νά γυρίζει μιά ρόδα χρειάζεται νά έχει έναν δέκονα πού νά περνά άπό τό κέντρο της.

Όταν τά παιδιά χρησιμοποιούν πηλό, πλαστελίνη ή ζυμάρι άποκτούν έμπειρίες σχετικές μέ τά «συνεχή» ύλικά. Άν χρησιμοποιήσουν μιά δρισμένη ποσότητα άπό ένα τέτοιο ύλικό, θά χρειαστεί νά τή μοιράσουν μεταξύ τους. Όπως καί μέ τήν άμμο, θά πούν πώς δέν φτάνει. Τότε, ή θά πάρει κάθε παιδί λιγότερο, ής πούμε, πηλό, ή θά πρέπει ν' άγοραστεί κι άλλος πηλός, ή θά χρησιμοποιήσουν πηλό λιγότερα παιδιά – δλες αύτές είναι μαθηματικές λύσεις. Χρησιμοποιώντας τή δική του ποσότητα άπό τό ύλικό, τό παιδί θ'

άνακαλύψει πώς μπορεί νά φτιάξει μερικά μικρά άντικείμενα, ή λιγότερα άλλα μεγαλύτερα. ή ένα πραγματικά μεγάλο. Κι αύτή είναι μιά έμπειρία σχετική μέ τήν ποσότητα καί όδηγει στήν έννοια τής «διατήρησης τοῦ δύκου». Γιατί, μολονότι ό πηλός καί ή πλαστελίνη είναι ύλικά συμπιεστά, ή «ποσότητα» πού ένα παιδί χρησιμοποιεῖ (χωρίς νά πάρει κι άλλη ή νά δώσει) μένει πρακτικά ή ίδια.

Λεξιλόγιο

Έκτός άπο τό λεξιλόγιο πού έχει σχέση μέ «σχῆμα καί μέγεθος», στή διάρκεια αύτῶν τῶν δημιουργικῶν δραστηριοτήτων θά χρησιμοποιηθεῖ κι ένα λεξιλόγιο σχετικό μέ τή φύση καί τήν ποιότητα τῶν ύλικῶν – ἀν είναι σκληρά, μαλακά, λεῖα, τραχειά, ἄγρια, ἄκαμπτα, εύκολα νά κοποῦν ή νά σκιστοῦν. Έπίστης χρησιμοποιούνται συχνά λέξεις πού καθορίζουν τή θέση ένός άντικειμένου μέσα στόν χώρο ή τή σχετική θέση δύο άντικειμένων – πάνω, κάτω, ἀπέναντι, ἀπό κάτω, μπροστά, πίσω (ἀργότερα: ἀριστερά, δεξιά).

4. Μουσική, κίνηση καί σωματική ἀγωγή

Όλα τά μικρά παιδιά διασκεδάζουν μέ τούς ήχους καί τήν κίνηση.

a) Μουσική

Σήμερα ή μουσική ἀποτελεῖ ένα τμῆμα τοῦ περιβάλλοντός μας. Ξεχύνεται άπο τά πικάπ καί τά ραδιόφωνα καί μπορεῖ ν' ἀκούγεται ἀκόμα καί σ' ένα μεγάλο κατάστημα ή ένα σιδηροδρομικό σταθμό. Στό σχολείο ύπαρχουν εύκαιρίες τόσο γιά νά δημιουργήσουν τά παιδιά μουσική, δσο καί γιά ν' ἀκούσουν. Αύτό δίνει εύχαριστηση στά περισσότερα παιδιά, ἀν καί ή Ικανότητα τῶν πολύ μικρῶν παιδιῶν στήν κατανόηση τοῦ ρυθμοῦ καί τής μελωδίας τής δυτικής μουσικής είναι ἀρκετά περιορισμένη.

Ένας άπο τούς σκοπούς αύτής τής δραστηριότητας είναι νά βοηθήσει τά παιδιά νά είναι πιό εύαίσθητα στούς ήχους – ν' ἀναγνωρίσουν τίς δομές καί τίς σχέσεις πού ύπαρχουν μέσα σ' αύτούς. Στά μικρά παιδιά ἀρέσει νά χτυποῦν τά χέρια τους ἀκούγοντας ένα κομμάτι μουσικής. Άργότερα, αύτό μπορεῖ νά συγκριθεῖ μέ τούς χτύπους ένός ρολογιοῦ. Άπο μαθηματική ἀποψη μᾶς ένδιαφέρει ή άναγνώριση τῶν χρονικῶν διαστημάτων (τοῦ τέμπο).



Τά κρουστά δργανα προσφέρουν μεγάλες δυνατότητες σ' αύτόν τόν τομέα.

Δύο μικρές μονάδες μποροῦν νά θεωρηθοῦν κατά κάποιο τρόπο ίσοδύναμες μέ μιά μεγάλη:



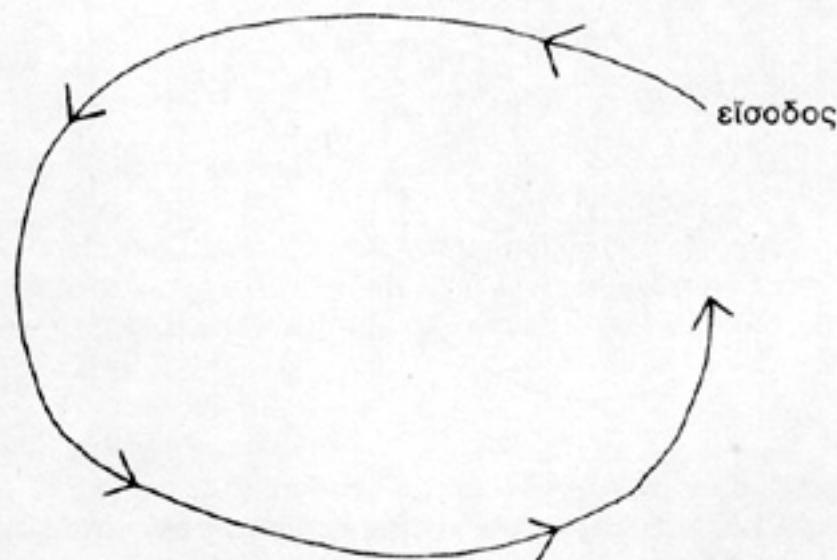
Από άρκετά νωρίς τά παιδιά θ' άποκτήσουν έμπειρίες τοῦ ρυθμοῦ.



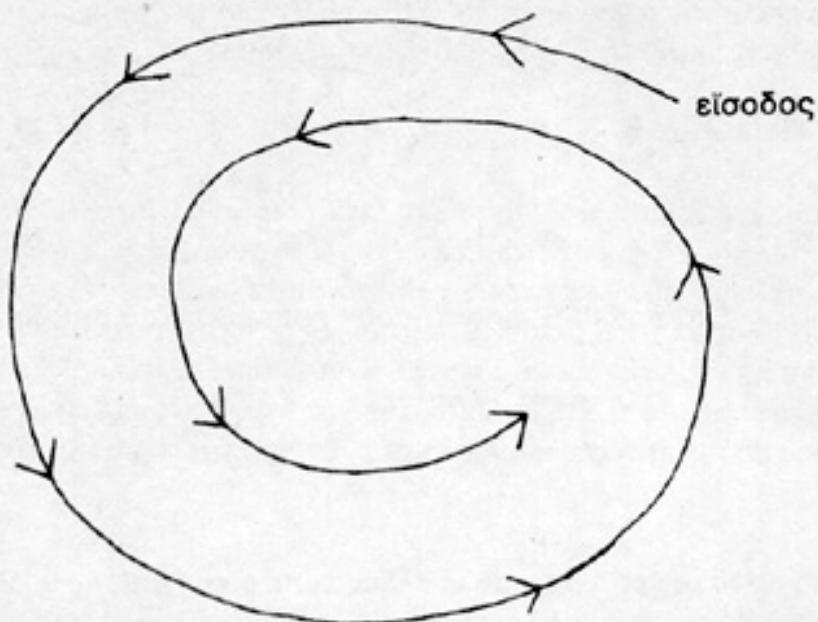
Ή μελωδία θά προσφέρει άργότερα κι άλλες έμπειρίες. Έπίσης θ' άκούσουν τίς λέξεις «ψηλά» και «χαμηλά» και θά μάθουν ν' άνταποκρίνονται μέ τή φωνή τους σέ παρόμοιες έντολές.

8) Κίνηση

Τό κλειδί γιά τή γνωριμία μέ τόν χώρο είναι ή κίνηση. Στό σχολεῖο προσφέρονται πολλές εύκαιριες γιά νά αισθανθοῦν τά παιδιά τή χαρά τής κίνησης σ' ένα χώρο δσο τό δυνατό μεγαλύτερο. Μπαίνοντας τά παιδιά στήν αύλη τοῦ σχολείου χρησιμοποιοῦν δλο τόν διαθέσιμο χώρο και συχνά τρέχουν γύρω – γύρω ώστε νά σχηματίσουν ένα κύκλο:

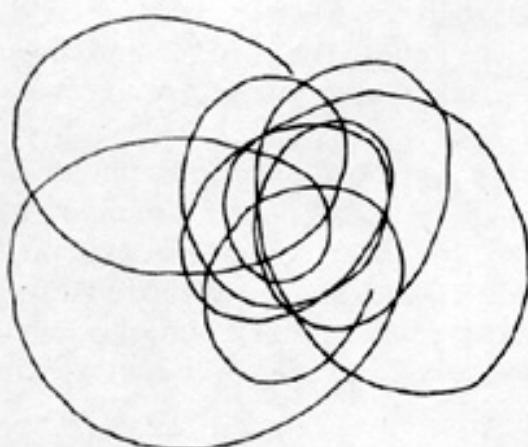


Άμεσως όταν μετατρέπεται σε σπείρα:



Τά σχήματα αύτά έχουν μιά άξιοσημείωτη όμοιότητα με τά πρώτα ίχνογραφήματα τῶν παιδιῶν. Και σ' αύτά διακρίνονται καθαρά ὁ κύκλος και ἡ σπείρα.

Καθώς άρχιζει ἡ γνωριμία με τόν χῶρο ἡ κίνηση μεταβάλλεται:

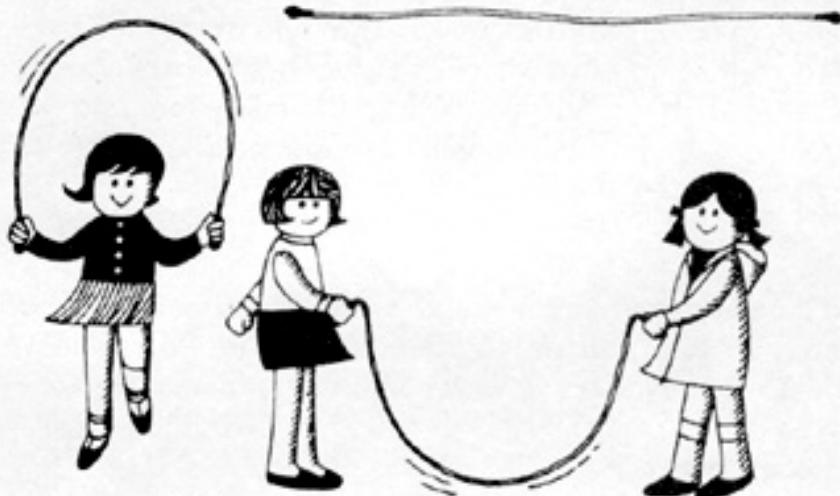


Είναι φανερό πώς οἱ ἐμπειρίες με τήν κίνηση βοηθοῦν στήν κατανόηση τῶν σχέσεων μέσα στόν χῶρο.

γ) Σωματική άγωγή

Στή διάρκεια τής Σωματικής άγωγής παρουσιάζονται άρκετές μαθηματικές δυνατότητες. Τά παιδιά πιάνουν μπάλες διαφόρων μεγεθών πού έχουν γίνει από διαφορετικά ύλικα. "Όλες σύμως έχουν μιά κοινή ιδιότητα – είναι σφαιρικές. Χρησιμοποιούν έπισης στεφάνια διαφόρων μεγεθών, φτιαγμένα από διάφορα ύλικα. Κι αύτά έχουν μιά κοινή ιδιότητα – είναι κυκλικά. "Αν ένα στεφάνι λυγίσει ή σπάσει δέν μπορεῖ πιά νά κυλίσει κανονικά. "Αν μιά μπάλα ξεφουσκώσει καί χάσει τό σχήμα της δέν μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεί όπως πρώτα.

Παιζοντας «σχοινάκι» μέ διάφορους τρόπους, τά παιδιά άποκτοῦν έμπειρίες σχετικές μέ τήν έννοια τοῦ μήκους.



5. Παιχνίδια – κατασκευές

Όταν ύπάρχει μιά άρκετά μεγάλη προμήθεια από κύβους, τουθλάκια καί κουτιά διαφόρων σχημάτων καί μεγεθών, τό δημιουργικό παιχνίδι τῶν παιδιών γίνεται πιό πλούσιο καί παρουσιάζονται πολλές μαθηματικές δυνατότητες.

a) Πολύ μεγάλες κατασκευές

Μόλις ή διάθεση γιά δημιουργικό παιχνίδι άρχισει νά έμφανίζεται σ' ένα μικρό παιδί, τότε αύτό αισθάνεται τήν έπιθυμία νά παίξει μέσα σ' ένα σπίτι, μιά βάρκα, ένα άεροπλάνο ή ένα αύτοκίνητο πού νά τό έχει φτιάξει μόνο του.

"Αν δέν ύπάρχει τίποτε άλλο διαθέσιμο, θά μπει κάτω από ένα τραπέζι τη μιά καρέκλα, ή θά χωθεί μέσα στά κλαδιά ένός δέντρου." Αν ύπάρχει χώρος στό χόλ, στόν διάδρομο ή στήν αύλη, θά ήταν καλό νά προμηθευτούμε μερικά άντικείμενα γιά μεγάλες κατασκευές.

Τελάρα γιά φρούτα, κουτιά, βαρελάκια, τούβλα, ένα παλιό τραπέζι, σανίδες, λάστιχα αύτοκινήτων, σχοινιά, παλιά τιμόνια, ζώνες, μεγάφωνα, χερούλια, διακόπτες κλπ. – άντικείμενα πού δίνουν τήν εύκαιρία στά παιδιά νά φτιάξουν μεγάλες κατασκευές.

6) Κατασκευές στό πάτωμα ή στό τραπέζι

'Ακόμα κι αν δέν ύπάρχει χώρος γιά νά γίνουν μεγάλες κατασκευές, μέσα στίς όποιες νά μπορούν τά παιδιά νά παίζουν, θά πρέπει νά προμηθευτούμε μικρότερα τουβλάκια, πού δέν χρειάζονται μεγάλο χώρο γιά άποθήκευση και πού μπορούν τά παιδιά νά τά βάζουν στό πάτωμα τής αίθουσας ή πάνω σ' ένα τραπέζι. Τά τουβλάκια αύτά μπορεί νά είναι άπό χαρτόνι, κόντρα – πλακέ, πεπιεσμένο χαρτόνι ή πλαστικό. Θά χρησιμοποιηθούν γιά νά κατασκευαστούν πόλεις, πύργοι, άεροδρόμια, δρόμοι, λιμάνια, κάστρα, ζωολογικοί κήποι, σιδηροδρομικοί σταθμοί κλπ.

γ) Πλακάκια

Πλακάκια διαφόρων σχημάτων και μεγεθών μπορούν νά χρησιμοποιηθούν, είτε μόνα τους είτε μαζί μέ τά τουβλάκια, ώστε τά παιδιά νά φτιάξουν πατώματα γιά τίς κατασκευές τους, δρόμους, μονοπάτια κλπ.

Μαθηματικές έννοιες

Καθώς παίζουν, τά παιδιά άποκτούν έμπειρίες σχετικές μέ τό μοίρασμα, τήν άριθμηση και τήν άντιστοιχία. Έπίσης κάνουν πολλές συγκρίσεις.

Τοποθετούν μαζί άντικείμενα τριών διαστάσεων, βρίσκοντας ποιές έπιφανειες ταιριάζουν καλύτερα, μέ ποιά τούβλα φτιάχνονται πιό στερεοί τοίχοι, ποιές έπιφάνειες ίσορροπούν εύκολότερα.

'Η άποθήκευση τών ύλικών προσφέρει εύκαιρίες γιά νά έκμεταλλευτούμε δο ού γίνεται καλύτερα έναν περιορισμένο χώρο. Οι δάσκαλοι ξέρουν πόσο συχνά τά μικρά παιδιά δέν καταφέρνουν νά έκμεταλλευτούν τόν χώρο: θά πούν πώς δέν ύπάρχει άρκετός χώρος σ' ένα κουτί και φυσικά, μέ τόν τρόπο πού τοποθετούν τά πράγματα μέσα σ' αύτό, πραγματικά δέν ύπάρχει. Άλλα, μέ τήν πρακτική και τίς έμπειρίες τους, τά παιδιά θά μάθουν πώς νά χρησιμοποιούν άποτελεσματικά τόν διαθέσιμο χώρο και πώς τά διάφορα κομμάτια θά πρέπει νά μπαίνουν πάνω, δίπλα ή τό ένα μέσα στ' άλλο.

Λεξιλόγιο

Αύτό περιγράφει χώρο, σχήματα και μεγέθη. Οι λέξεις μεγάλο, πιό μεγάλο, μικρό, πρέπει σιγά – σιγά νά δίνουν τή θέση τους σέ αλλες πού περιγράφουν μέ μεγαλύτερη σαφήνεια τό μῆκος, τό πλάτος, τό βάθος, τό ύψος, τόν χώρο ἢ τό βάρος τῶν ἀντικειμένων. "Αν ἔνα παιδί ἐρωτηθεῖ μέ ποιό τρόπο ἔνα τοῦθλο εἶναι μεγαλύτερο ἀπό ἔνα ἄλλο, θά πρέπει νά σκεφτεῖ, νά θρεῖ λέξεις πού νά ἐκφράζουν τίς σκέψεις του. "Αν τό ἀναγκαῖο λεξιλόγιο δέν ἔχει ἀκόμη ἀποκτηθεῖ, ἂν οι διάφορες ἔννοιες δέν ἔχουν ξεκαθαριστεῖ ἢ ἂν ἡ κατανόηση δέν εἶναι πλήρης, τότε μέσα ἀπό τό παιχνίδι δίνεται ἡ εύκαιρια στό παιδί νά μάθει καί στόν δάσκαλο ν' ἀνακαλύψει περισσότερα γύρω ἀπό τίς ίκανότητες τοῦ παιδιοῦ.

Περιγράφοντας τό σχήμα ἀντικειμένων ὅπως τοῦθλα, κουτιά, σανίδες κλπ., χρειάζεται νά χρησιμοποιηθοῦν μόνο οι πιό συνηθισμένες λέξεις. Ἡ λέξη «πλευρά» χρησιμοποιεῖται καί μέ τήν ἔννοια τής ἔδρας καί μέ τήν ἔννοια τής ἀκμῆς. Τά τοῦθλα πού ἔχουν τετράγωνες ἔδρες μποροῦν πολύ σύντομα νά δονομαστοῦν κύθοι, ἀλλά γιά τά ἄλλα στερεά θά συνεχίσουμε νά μιλοῦμε μέ δρους ὅπως ὁρθογωνικό, τριγωνικό ἢ κυκλικό (καί δχι πρίσμα, παραλληλεπίπεδο, σφαίρα κλπ.). Ἀργότερα θά πρέπει ν' ἀρχίσουν νά χρησιμοποιοῦνται λέξεις ὅπως ἐπιφάνεια, ἐπίπεδο, εύθεια, κύκλος, καμπύλη καί γωνία.

Εἶναι φανερό πώς οι δραστηριότητες πού περιγράφηκαν σ' αύτό τό κεφάλαιο προετοιμάζουν τά παιδιά γιά μιά πιό συστηματική ἐργασία σχετική μέ τόν χώρο καθώς καί γιά μιά πιό «αύστηρή» χρησιμοποίηση τῶν μονάδων μέτρησης πού ἀφοροῦν μῆκος, ἐπιφάνεια, δύκο καί μάζα.

6. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΕΝΑ ΜΕ ΕΝΑ

1. Εισαγωγή

Υπάρχει μεγάλη άπόσταση άνάμεσα στήν πρώτη άντιληψη ένός συνόλου και στήν πραγματική κατανόηση τοῦ άριθμοῦ, ή όποια συντελείται βαθμιαία. Τά παιδιά σχετικά νωρίς ξεχωρίζουν τά δύο άπό τά τρία άντικείμενα. Δέν θά πρέπει δημιώς από αύτό τό γεγονός νά συμπεράνουμε πώς μποροῦν αύτόματα νά προχωρήσουν και στά 4,5,6,... άντικείμενα. Άλληθεια, είναι πολύ εύκολο νά ξεγελαστοῦμε από τή φαινομενική ίκανότητα τῶν μικρῶν παιδιῶν νά μετροῦν ή άκόμα και νά κάνουν άπλες πράξεις. Καταλαβαίνουν δημιώς πραγματικά ότι διάφορος τῶν άντικειμένων ένός συνόλου δέν άλλαζει όταν τά άντικείμενα άλλάζουν θέσεις; Ή ότι οι άριθμοί μποροῦν νά μπούν σέ μια καθορισμένη σειρά 1,2,3,... έτσι ώστε κάθε άριθμός νά είναι μεγαλύτερος από τόν προηγούμενο και μικρότερος από τόν έπόμενο στή σειρά;

Άρκετές έμπειρίες είναι άναγκαιες μέχρι νά κατανοηθοῦν αύτές οι έννοιες. Έμπειρίες σχετικές μέ τήν άντιστοιχία ἔνα μέ ένα, τό άμετάβλητο τοῦ άριθμοῦ, τή διάταξη και τήν έννοια τοῦ «περιέχεται», είναι σημαντικές στήν προσπάθεια γιά τήν κατανόηση τοῦ «άριθμοῦ».

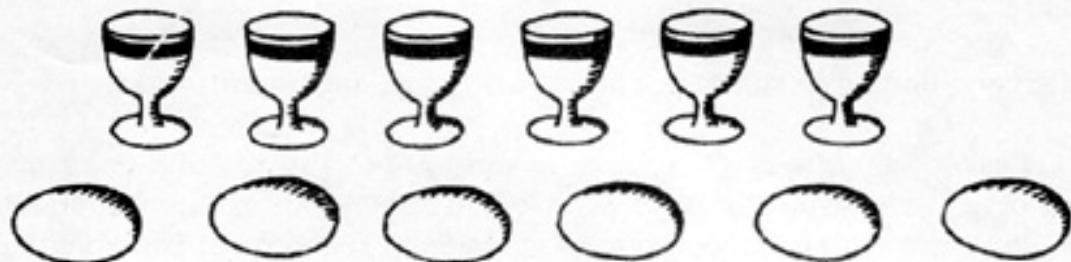
2. Άντιστοιχία ἔνα μέ ένα

Ένα άπό τά πειράματα τοῦ Πιαζέ άναφέρεται στήν άντιστοιχία. Παρουσιάστηκαν στά παιδιά έξι αύγοθήκες και ένας σωρός από αύγά. Τούς ζητήθηκε νά πάρουν μερικά αύγά έτσι ώστε νά υπάρχει ένα αύγό γιά κάθε αύγοθήκη.



Τά παιδιά πού βρίσκονταν στό πρώτο στάδιο τής άνάπτυξής τους ήταν άδύνατο νά κάνουν αύτή τή δουλειά. Τά παιδιά πού βρίσκονταν στό δεύτερο στάδιο ήταν ίκανά ν' άντιστοιχίσουν ένα αύγό σέ κάθε αύγοθήκη κι έτσι νά φτάσουν στό σωστό σύνολο.

Πάντως, αν τα αύγα έθγαιναν άπό τις αύγοθήκες και τοποθετούνταν σέ μια γραμμή, ή όποια έκτεινόταν πέρα άπό έκείνη πού σχημάτιζαν οι αύγοθήκες, τα παιδιά νόμιζαν πώς τα αύγα ήταν τώρα πιό πολλά άπό τις αύγοθήκες.



Αύτό συνέβαινε άκομα κι όταν μόνο μισό λεπτό είχε περάσει άπό τή στιγμή πού τα ίδια τα παιδιά είχαν θάλει τα αύγα στις αύγοθήκες.

Έμπειριες άντιστοιχίας μέ πολλούς τρόπους σέ διαφορετικές καταστάσεις βοηθούν τα παιδιά νά γνωρίσουν τίς ιδιότητες τών άριθμών.

Η άντιστοιχία παρουσιάζεται έντελως φυσικά στό σπίτι πάνω στή βάση τοῦ:

«Ένα γιά σένα κι ένα γιά τή μαμά κι ένα γιά μένα».

Τό παιδί δίνει ένα μπισκότο στόν καθένα, βοηθά στό στρώσιμο τοῦ τραπεζιού (ένα πιάτο γιά κάθε ατόμο), παίζει μέ τίς κούκλες (ένα σκέπασμα γιά κάθε κούκλα) κλπ.

Τό ίδιο φυσικά θά παρουσιαστεί καί στό σχολείο, π.χ. ένα μολύβι γιά κάθε παιδί, ένα πινέλο σέ κάθε βάζο μέ μπογιά κλπ.



Ο πίνακας πού φαίνεται στή σελίδα 33 είναι άλλο ένα παράδειγμα τής άντιστοιχίας ένα μέ ένα.

Τό λεξιλόγιο που θά χρησιμοποιηθεί για νά συζητηθούν αύτές οι έμπειρες θά περιέχει έκφρασεις όπως άρκετά, περισσότερα άπο, λιγότερα άπο, ένα για τόν καθένα, πάρα πολλά, δχι άρκετά, πολύ λίγα.

3. Η χρησιμοποίηση της άντιστοιχίας στις γραφικές παραστάσεις.

Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να προσφέρουν στα παιδιά πολύτιμες έμπειρίες σχετικές με τήν άντιστοιχία και θά βοηθήσουν στή μετάβαση από τήν ίκανότητα γιά άντιστοιχηση στήν κατανόηση τής έννοιας τοῦ άριθμοῦ.

Γιά παράδειγμα, σέ μιά δμάδα παιδιών δόθηκε ένα κουτί μέ χρωματιστές κάρτες. Κάθε παιδί διάλεξε μιά κάρτα μέ τό χρώμα πού προτιμούσε. "Έτσι ύπήρξε μιά άντιστοιχία ένα μέ ένα άνάμεσα στά παιδιά καί τίς χρωματιστές κάρτες. "Έπειτα οι κάρτες κολλήθηκαν πάνω σ' ένα μεγάλο κόμματι χαρτί μέ τή μορφή μιᾶς γραφικής παράστασης (σέ κάθε στήλη οι κάρτες μέ τό ίδιο χρώμα).

Πολύτιμη συζήτηση μπορεί να ξεκινήσει από αύτό το είδος της έργασίας.

Ή αντιστοιχία είναι στενά συνδεδεμένη με τήν έννοια του «άμετάβλητου τού άριθμού». Όπως με τά αύγα και τίς αύγοθήκες, ένα παιδί μπορεί άμεσως νά συμφωνήσει πώς ύπάρχει ό ίδιος άριθμός βόλων σ' αύτές τίς δύο σειρές:

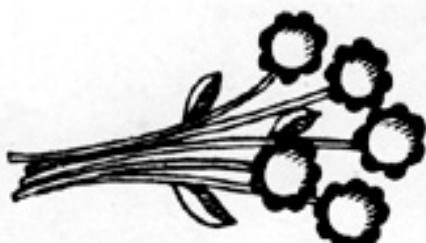


Άλλα άν τη δεύτερη σειρά άραιώσει, μπορεί νά πει πώς ύπάρχουν πιο πολλοί βόλοι στή δεύτερη σειρά παρά στήν πρώτη:

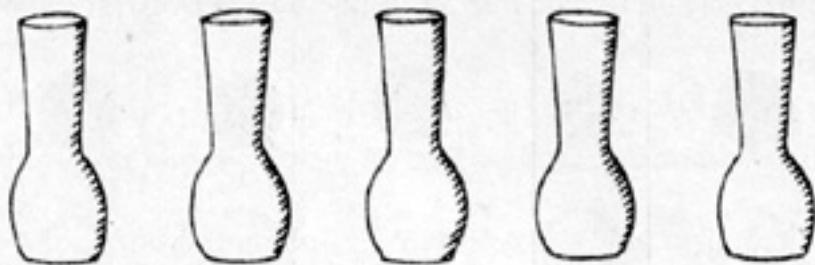


Σ' ένα κατοπινό στάδιο, τό παιδί μπορεί νά «δεῖ» πώς ό άριθμός είναι ό ίδιος στήν περίπτωση πού ύπάρχουν 5 βόλοι σέ κάθε σειρά, δχι δμως και στήν περίπτωση πού ύπάρχουν, άς ποῦμε, 12. Άκόμα και ή μέτρηση δέν θοηθά πάντα: σ' ένα δρισμένο στάδιο (γύρω στά 6 χρόνια) ένα παιδί μπορεί πολύ καλά νά λέει πώς ύπάρχουν 5 βόλοι σέ κάθε σειρά και ταυτόχρονα νά είναι βέβαιο πώς είναι πιο πολλοί βόλοι στή δεύτερη σειρά! Υπάρχει μιά σύγκρουση άναμεσα σ' αύτό πού θλέπει (φαινομενικά περισσότεροι βόλοι στή δεύτερη σειρά) και σ' αύτό πού ξέρει, δτι δηλαδή τούς έχει αντιστοιχήσει ένα μέ ένα (ένας μαύρος – ένας άσπρος). Στήν πραγματικότητα τό «5» μπορεί γιά τό παιδί νά είναι μόνο ένα όνομα. Είναι σημαντικό γιά τόν δάσκαλο νά ξέρει τό στάδιο, στό όποιο βρίσκεται τό κάθε παιδί, και νά προσφέρει άνάλογες έμπειρίες.

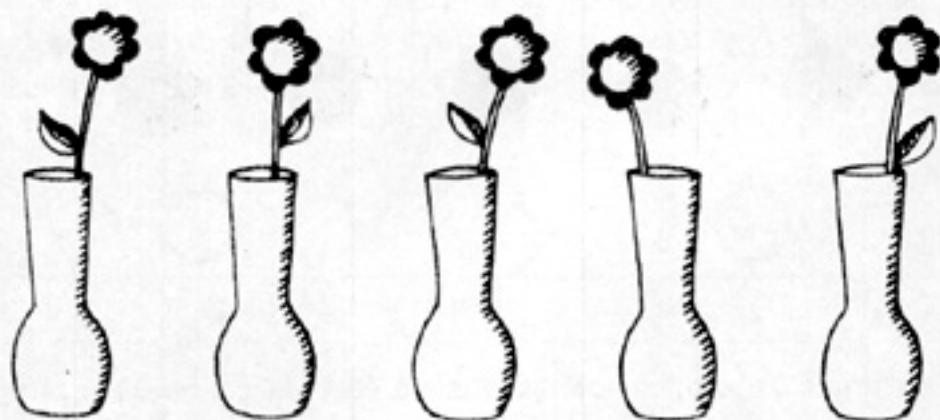
Νά ένα μπουκέτο λουλούδια:



Νά και μερικά θάζα:

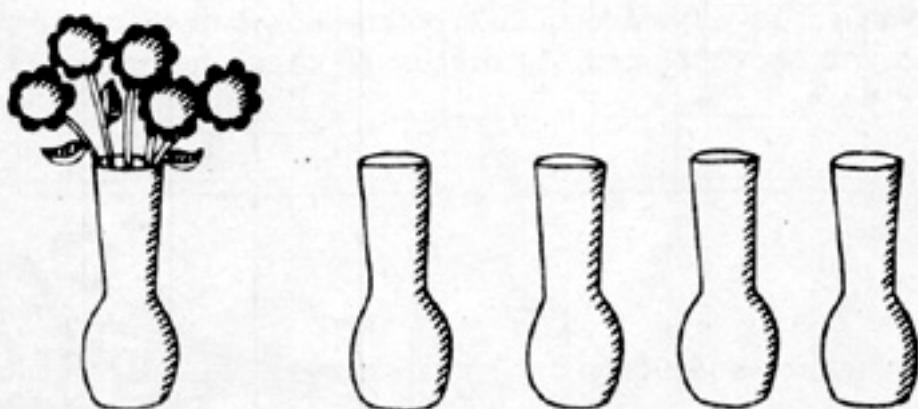


Τό παιδί μπορεί νά βάλει ένα λουλούδι σέ κάθε θάζο:

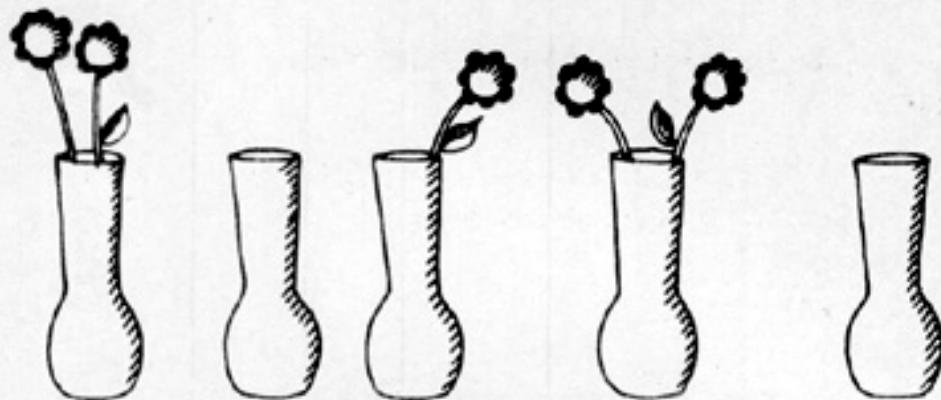


Βλέπει πώς ύπαρχουν τόσα λουλούδια όσα και θάζα.

Έδω έχει βάλει όλα τά λουλούδια σ' ένα θάζο, άφηνοντας τά άλλα τέσσερα
ϊδεια:



Έδω έχει τοποθετήσει τά λουλούδια μ' έναν άλλο τρόπο:



"Όταν τό παιδί είναι βέβαιο πώς, μέ όποιονδήποτε τρόπο κι ἀν τά τοποθετήσει, ύπάρχουν πάντα τόσα λουλούδια δσα και θάζα, ή έννοια τοῦ ἀμετάβλητου σ' αὐτή τῇ συγκεκριμένῃ κατάστασῃ έχει ἐδραιωθεῖ.

Μποροῦμε νά ζητήσουμε ἀπό τά παιδιά νά συγκρίνουν ἀριθμητικές ποσότητες χωρίς νά μετρήσουν τά ἀντικείμενα ἀλλά ἀντιστοιχώντας τα ἔνα μέ ένα:

"Έχεις τόσα μολύβια δσα κι ὁ Πέτρος;

"Έχουμε τόσες καραμέλες ὥστε νά πάρει ἀπό μία κάθε παιδί στήν τάξη;

"Υπάρχουν πιό πολλά πράγματα σ' αὐτόν τόν σωρό ή σ' ἑκείνον;

Μιά τέτοια σύγκριση διαφόρων συνδλων θοηθᾶ νά κατανοηθεῖ πώς ὁ ἀριθμός τῶν ἀντικειμένων ἐνός συνόλου είναι ἀνεξάρτητος ἀπό τίς ἄλλες ιδιότητες αὐτῶν τῶν ἀντικειμένων (μέγεθος, σχῆμα, χρῶμα κλπ.)

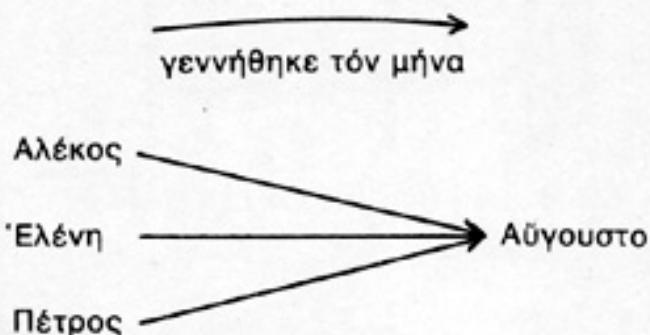
4. Άλλοι τύποι ἀντιστοιχίας

"Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις, μέσα κι ἔξω ἀπό τό σχολεῖο, ὅπου η ἀντιστοιχία δέν είναι ἔνα μέ ένα. Αφοῦ τά παιδιά γίνουν ίκανά ν' ἀντιμετωπίζουν τήν ἀντιστοιχία ἔνα μέ ένα, μποροῦν νά προχωρήσουν καί σέ περιπτώσεις δπως:

"Ο καθένας μας έχει δύο μάτια
 αύτιά
 χέρια
 πόδια, κλπ.

Ό καθένας μας φορά δύο παπούτσια
κάλτσες
γάντια.

Ένα παράδειγμα τής άντιστοιχίας πολλών με ένα φαίνεται στήν είκόνα τής σελίδας 69.

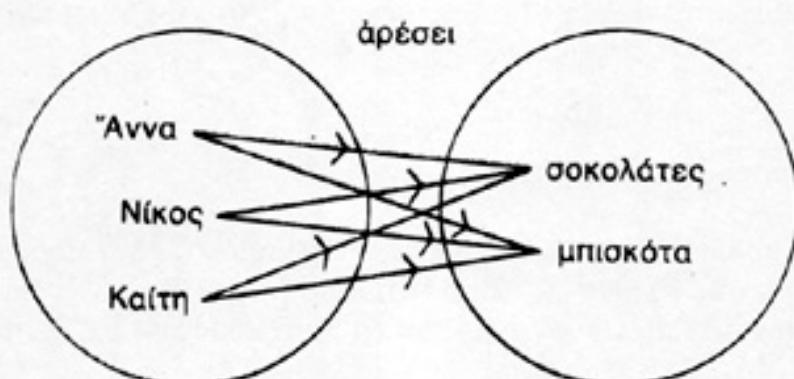


Έμπειρες άντιστοιχίας πολλών με ένα μποροῦν νά ύπαρξουν άρκετές στήν τάξη, π.χ.

Ένα παιδί μπορεί νά σκεφτεί πώς κάνει κρύο κι αρά κάθε κούκλα χρειάζεται τρεις κουβερτούλες.

Ένα μπουκέτο λουλούδια πού έφερε ένα παιδί μπορεί νά μοιραστεί έτσι, ώστε νά μπούν τέσσερα λουλούδια σε κάθε θάζο.

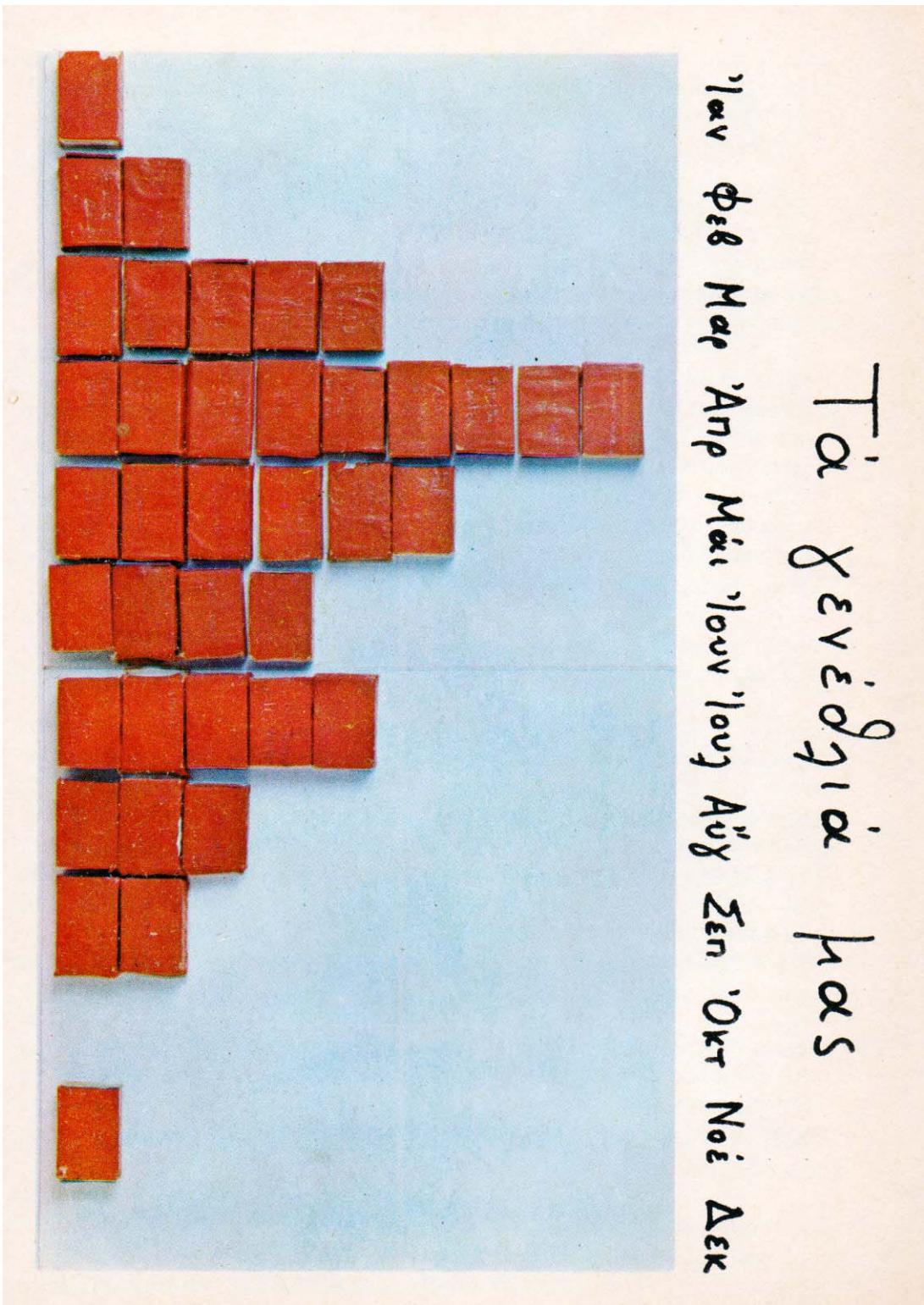
Φυσικά, ύπάρχουν έπισης άντιστοιχίες πολλών με πολλά, όπως:



Όλοι αύτοί οι διάφοροι τύποι άντιστοιχίας θά συναντηθοῦν, άλλα οι άντιστοιχίες «ένα με ένα» και «πολλά με ένα» μάς ένδιαφέρουν περισσότερο.

Tὸι γενέσια μας

"λαν φεβ Μαρ 'Απρ Μαι 'Ιουν 'Ιουντ Αὔγ Σεπ 'Οκτ Νοε Δεκ



7. Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ «ΠΕΡΙΕΧΕΤΑΙ»

1. Εισαγωγή

Τό προηγούμενο κεφάλαιο δδηγούσε στήν άντιληψη ότι διάφοράζει τό πλήθος συγκεκριμένων άντικειμένων. Γιά παράδειγμα, διάφορός «δύο» είναι μιά αφαίρεση γιά όλα τα δυνατά ζεύγη: δύο μῆλα, δύο άρκουδες, δύο χαλιά, δύο δνειρα, δύο μάτια, δύο ταινίες, δύο χειραψιές, δύο ιδέες, δύο πράγματα...

Άλλα αύτό δέν είναι άρκετό. Μιά άλλη σημαντική ιδιότητα των διάφορων είναι ότι μπορούν νά συγκριθοῦν μεταξύ τους τοποθετούμενοι σε μιά σειρά: ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε,... Τό τρία είναι μεγαλύτερο από τό δύο, είναι σύμως και μικρότερο από τό τέσσερα. Αύτή ή στιγμή είναι κατάλληλη γιά νά έχοικειωθοῦν τα παιδιά μέ τά γραπτά σύμβολα των διάφορων, τά «νούμερα», και νά μάθουν τή σειρά τους: 1,2,3,4,5,... Πίσω απ' όλα αύτά ύπαρχουν δύο έννοιες πού πρέπει τα παιδιά νά συλλάβουν: ή διάταξη και ή έννοια τού «περιέχεται». Τίς έννοιες αύτές θά πρέπει νά τίς πλησιάσουν τα παιδιά παράλληλα.

2. Διάταξη

Η διάταξη των διάφορων ένα, δύο, τρία, τέσσερα,... είναι μιά πολύ προχωρημένη έννοια και θά πρέπει πρώτα νά γυρίσουμε στήν πιό στοιχειώδη έννοια τής «σειράς». Άκομη και οι σχέσεις «είναι μεγαλύτερο από», «είναι ψηλότερο από», «είναι λεπτότερο από» είναι πιό πολύπλοκες γιά ένα παιδί από τό νά βάλει όρισμένα πράγματα σε μιά σειρά μέ κάποιο τρόπο. Η πιό άπλη μορφή τής διάταξης είναι όταν τα παιδιά μπαίνουν «στή γραμμή», όπότε ο Γιώργος βλέπει πώς είναι μπροστά από τό Γιάννη και τή Καίτη άλλα πίσω από τόν Πέτρο και τή Μαρία.

Τα παιδιά μπορούν νά προκτήσουν πολλές έμπειρίες προσπαθώντας νά έπαναλάβουν μιά δοσμένη σειρά από σχήματα:



Βέβαια, θά πρέπει νά προμηθευτούμε άρκετά από αύτά τά σχήματα (και ίσως και άλλα). Όπως συνήθως, τα παιδιά μαθαίνουν «κάνοντας» – πιάνοντας

δηλαδή τά σχήματα και έπαναλαμβάνοντας τή σειρά τους. Πρώτα, θά ζητήσουμε από τό παιδί νά φτιάξει μιά ίδια σειρά από σχήματα, άρχιζοντας, ής πούμε, από τ' άριστερά:

Δοσμένη σειρά



Μπορεῖ νά δεῖ, γιά παράδειγμα, πώς τό ■ θρίσκεται δίπλα στό ▲ και στά δεξιά του. Θ' άρχισει έπίσης ν' άντιλαμβάνεται πώς ή διάταξη έχει τή μεταβατική ιδιότητα, π.χ.

"Αν τό ■ είναι δεξιά από τό ▲
και τό ▲ είναι δεξιά από τό ■
τότε τό ■ είναι δεξιά από τό ■"

Μποροῦν νά δίνονται έντολές όπως «Δείξε μου όλα τά σχήματα που είναι δεξιά από τό ■ .»

Τό έπόμενο στάδιο είναι νά δούμε αν τό παιδί μπορεῖ νά έπαναλάβει τά σχήματα, άλλα μέ τήν άντιθετή σειρά:

Δοσμένη σειρά



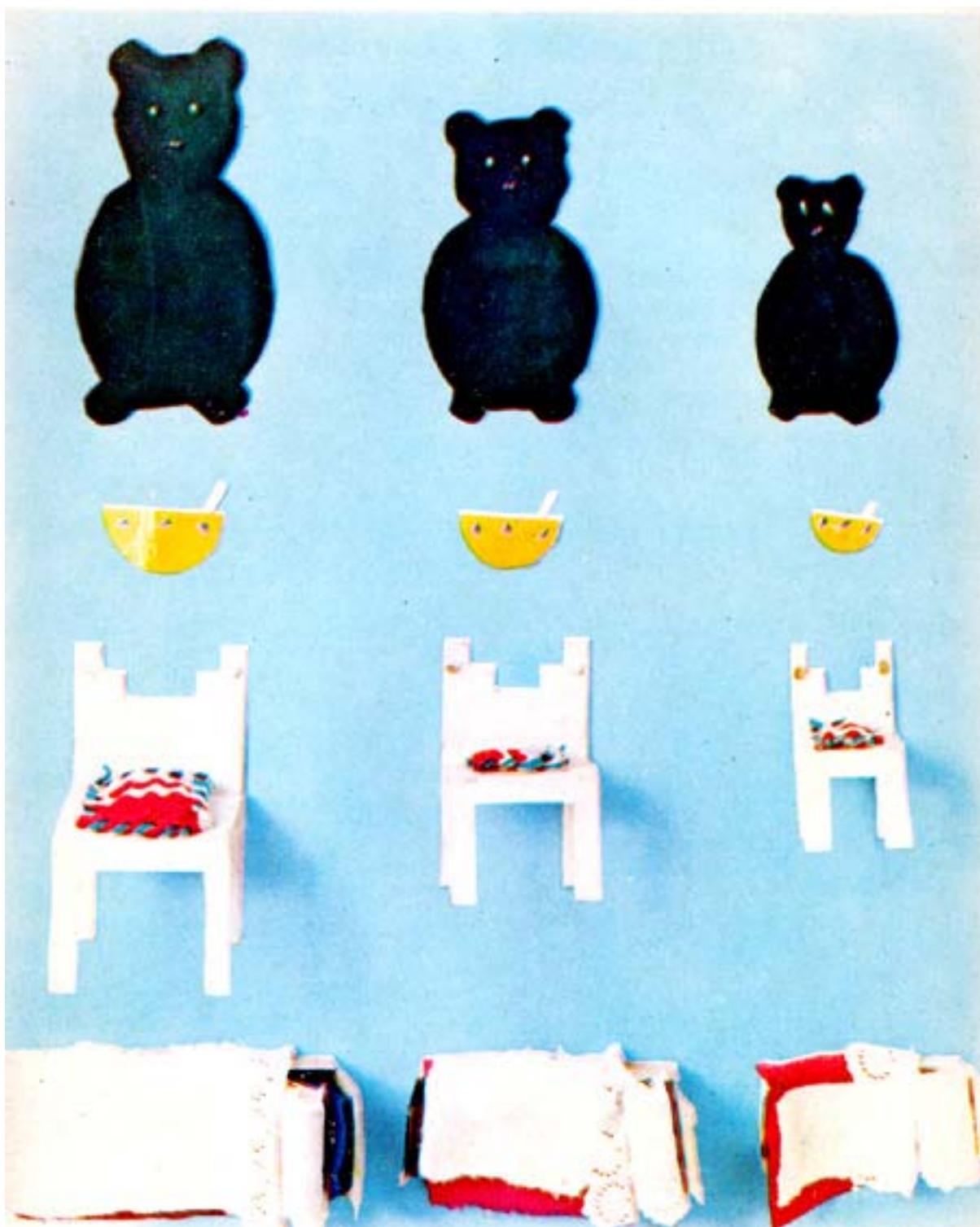
"Αν τό παιδί καταφέρει νά κάνει αύτή τή δουλειά, αύτό σημαίνει πώς έχει πραγματικά καταλάβει τή στοιχειώδη έννοια τής σειρᾶς.

Κατόπι, μπορεῖ νά παρουσιαστεί μιά σχέση τοῦ τύπου «είναι ψηλότερο από». Γιά παράδειγμα, ένα σύνολο από δέντρα που θά πρέπει νά μπει σέ μιά σειρά καθορισμένη από τό υψος τους:



H
oikoyévalá kou

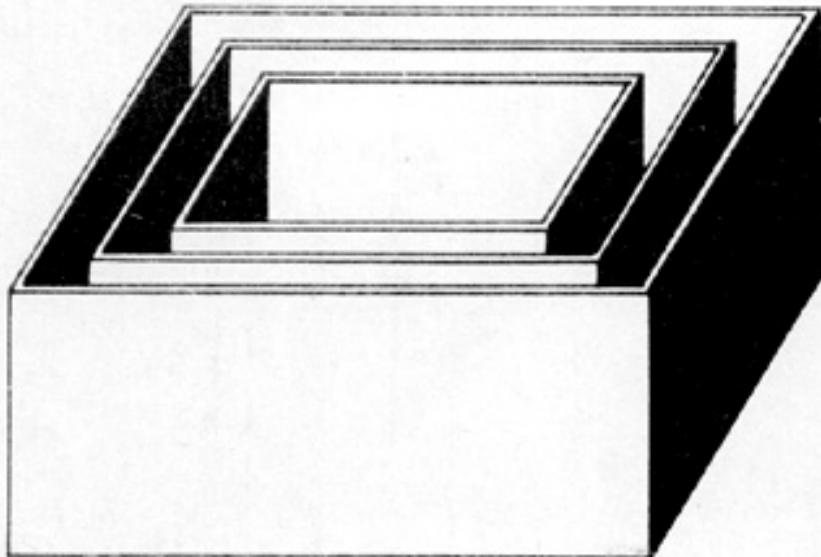




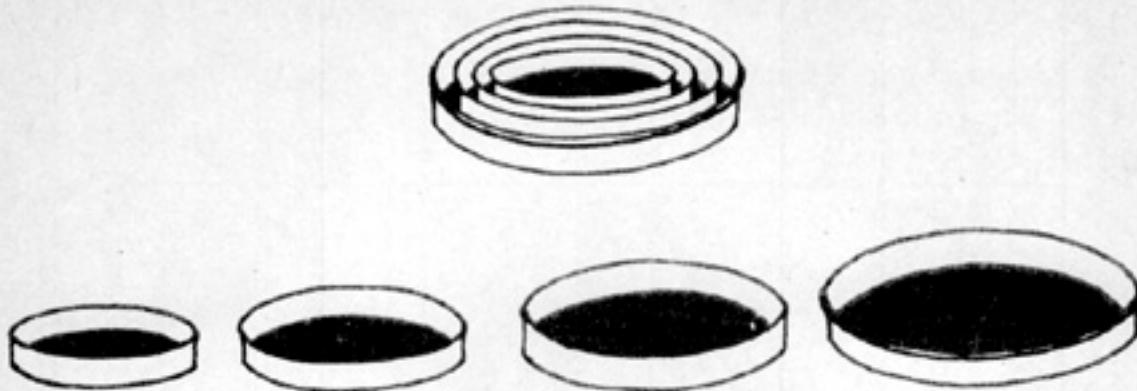
Οι διαφορές στό ύψος από δέντρο σε δέντρο δένθα πρέπει νά είναι οι ίδιες, ένωθά πρέπει νά είναι άρκετά μικρές ώστε ν' άναγκάζουν τά παιδιά νά σκεφτοῦν – καί νά βάζουν τά δέντρα πού θέλουν νά συγκρίνουν τό ένα δίπλα στ' άλλο. Στήν άρχη τά παιδιά θά καταφέρνουν νά βάζουν τά δέντρα στή σειρά, άλλα μόνο άργοτερα θά μπορέσουν νά περιγράψουν τό τί κάνουν. Γιά νά έλεγχει τήν κατανόηση, δ δάσκαλος μπορεΐ νά πει: «Δεῖξε μου δλα τά δέντρα πού είναι μεγαλύτερα από αύτό έδω». Έμπειρες αύτοῦ τοῦ είδους μπορεΐ νά περιλαμβάνουν δέντρα, σπίτια, ξυλάκια, τά ίδια τά παιδιά κλπ.

Οι είκονες στίς σελίδες 72 και 73 δείχνουν πρώτες έμπειρίες σχετικές μέ τή διάταξη, τήν τοποθέτηση δηλαδή άντικειμένων σέ μιά σειρά άνάλογα μέ τό μέγεθός τους. Η γραφική παράσταση τής οίκογένειας δείχνει τήν τοποθέτηση μιᾶς οίκογένειας στή σειρά, άρχιζοντας από τό μικρότερο μέλος. Τά τρία άρκουδάκια (καί τά πράγματά τους) είναι τοποθετημένα στή σειρά, από τό μεγαλύτερο στό μικρότερο.

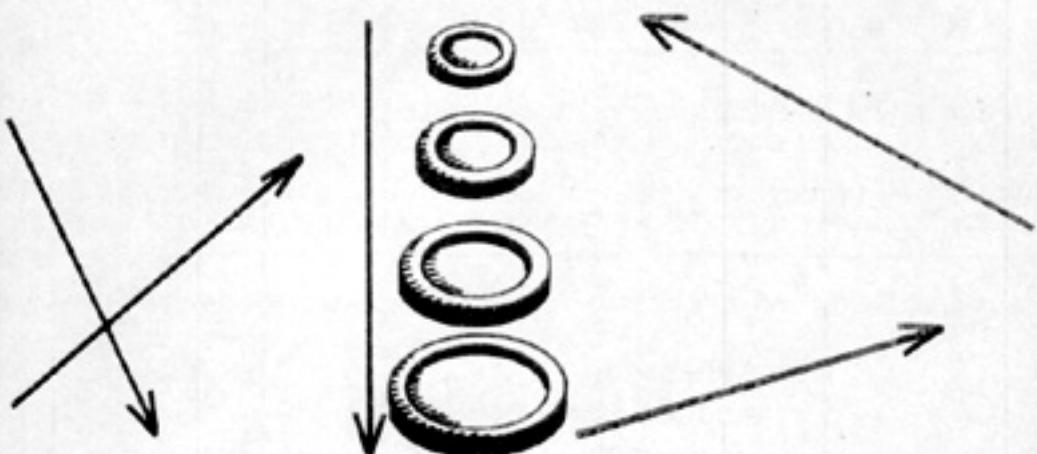
Ένα γνωστό παιχνίδι είναι τό παρακάτω. «Αν δέν μπει τό ένα κουτί μέσα στ' άλλο στή σωστή σειρά, τότε θά περισσέψουν ένα ή περισσότερα κουτιά.



Μερικά τενεκεδένια καπάκια ή κουμπιά, σέ διάφορα μεγέθη, είναι ένα ύλικό πιό εύκολο στή χρήση του.



Αύτά μπορούν νά μπουν τό ἔνα πάνω στ' άλλο κατά σειρά μεγέθους. Ἐπίσης μπορούν νά μπουν στή γραμμή σέ όποιαδήποτε διεύθυνση, δημιουργώντας ένα πάνω στ' άλλο κατά σειρά μεγέθους.

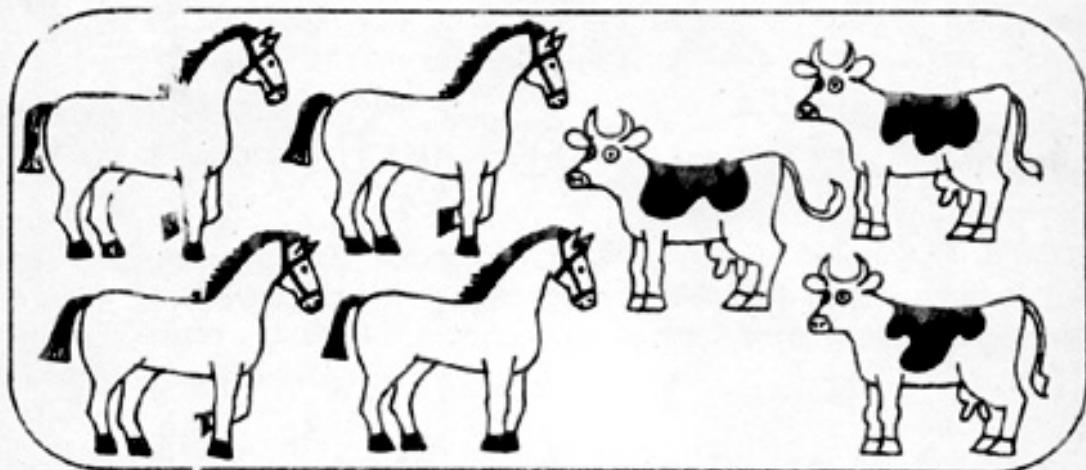


Μετά από μιά περίοδο έλευθερου παιχνιδιού με αύτά τα ύλικά, θά μπορούσαμε νά ζητήσουμε από τα παιδιά νά δούν μέ πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν νά τοποθετήσουν τά καπάκια, κρατώντας πάντα μιά σειρά άναλογα με τό μέγεθός τους.

Σ' ένα σχολείο ύπηρχε μιά σειρά άπό κούκλες σέ διάφορα μεγέθη. Κάθε κούκλα είχε τά φορέματά της, τό κρεβάτι της και τά άνάλογα στρωσίδια του κρεβατιού της. Αύτό τό ύλικό έδωσε πολλές έμπειρίες σχετικές μέ αντιστοιχία και διάταξη. "Όχι μόνο μποροῦσαν ν' αντιστοιχίσουν τά σωστά φορέματα στίς κούκλες, τά σωστά στρωσίδια στά κρεβατάκια κλπ., άλλα και νά τοποθετήσουν τίς κούκλες, τά φορέματα, τά κρεβατάκια και τά στρωσίδια σέ διάφορες σειρές άνάλογα μέ τό μέγεθός τους.

Έννοια τοῦ «περιέχεται»

Απώς, γιά παράδειγμα, $4 < 7$ (διαβάζεται: τὸ 4 εἶναι μικρότερο ἀπό τὸ 7) Είμει μέρος τοῦ έμπειρες σάν τις παρακάτω:



Τό σύνολο τῶν 4 ἀλόγων περιέχεται στό σύνολο τῶν 7 ζώων.

Η έννοια τοῦ «περιέχεται» ένθουσιάζει τά παιδιά σ' ἓνα ἐπόμενο στάδιο:

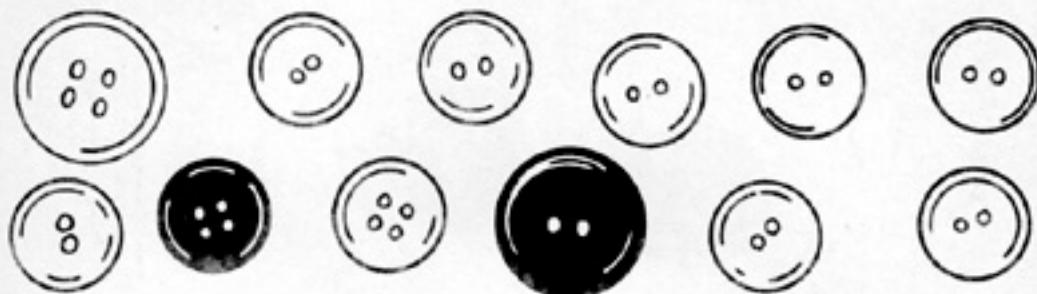
Πέτρο Νικολάου
Μιαούλη 5
Καλαμαριά
Θεσσαλονίκη
Ελλάδα
Εύρωπη
Γῆ
Σύμπαν



Όταν τό πλέγχουν μερικά και τά ἀπό ἔνα σύνολο ἀντικειμένων, στήν την ταίρουν ὅντις ενα ἀπό ἔνα μεγαλύτερο σύνολο. Άλλουν, φέρονται αύτοι. Προσπαθοῦν μόνο νά βροῦν πράγμα τοῦ είναι τούτο το τί ξεγωρίζουν ἀπό τά ἄλλα. Δέν συσχετίζουν τά ἄν τούτο ποιήσουν το σύνολο τῶν ἀντικειμένων. Χρειάζεται νά σιν δύο πράγματα. Βιβλία τά ἀντικείμενα πού διαλέγουν είναι

ένα «μέρος» τής άρχικης συλλογῆς και ότι δύο άριθμός των άντικειμένων που διαλέγουν είναι μικρότερος από τόν άριθμό των άρχικών άντικειμένων.

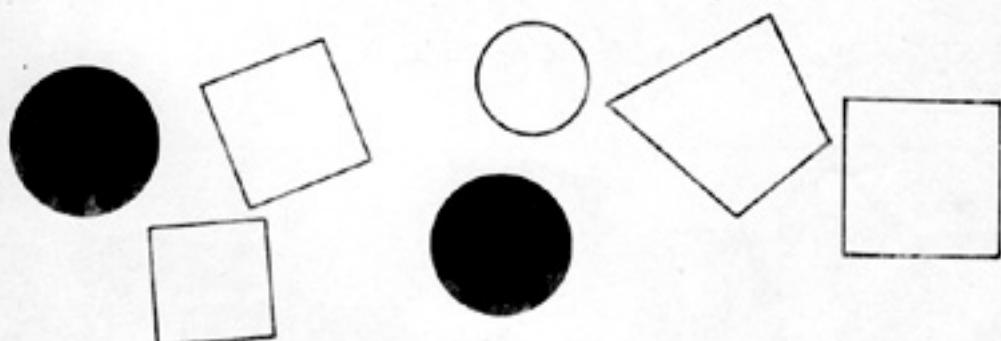
Τη έννοια τοῦ «περιέχεται» (τό μέρος περιέχεται στό δλο) δέν είναι τόσο προφανής δοσο φαίνεται στούς μεγάλους.



2 μαῦρα καὶ 10 άσπρα κουμπιά

Ένα παιδί των 6 ή 7 χρόνων βλέποντας αύτή τή συλλογή μπορεῖ πολύ καλά νά πει πώς ύπάρχουν περισσότερα άσπρα κουμπιά παρά μαῦρα – δέν μπορεῖ άκόμα νά συγκρίνει τό μέρος (τά άσπρα κουμπιά) μέ τό σύνολο (δλα τά κουμπιά) κι έτσι, άντι γι' αύτό, συγκρίνει τά άσπρα μέ τά μαῦρα κουμπιά.

Άρκετές σχετικές έμπειρίες θά πρέπει νά δοθοῦν μέ δλα τά εἶδη τῶν ύλικῶν, μέ ζῶα, λουλούδια, φρούτα κλπ.

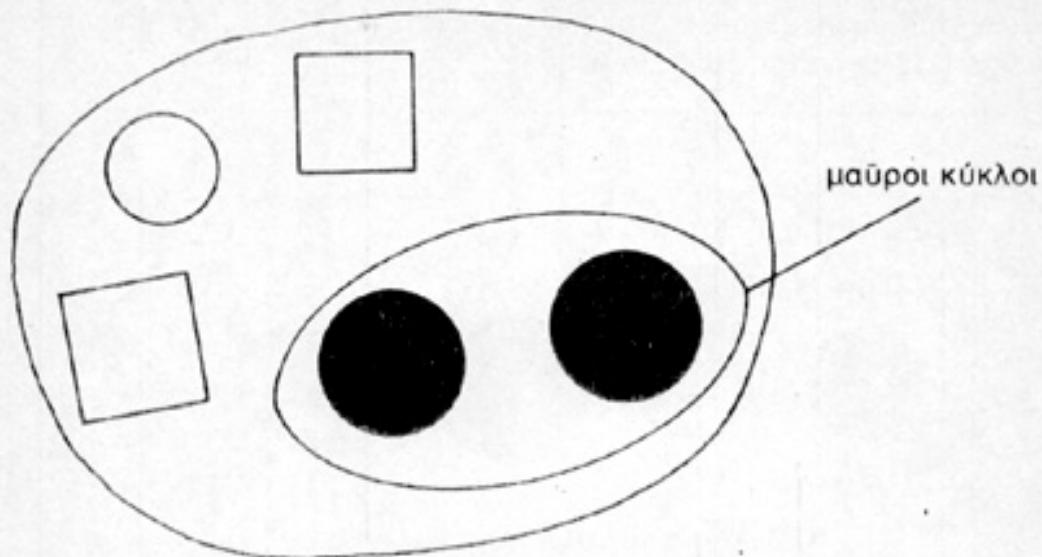


Είναι δλοι οι κύκλοι μαῦροι;

Είναι δλα τά μαῦρα σχήματα κύκλοι;

Είναι μερικά από τά σχήματα τετράγωνα;

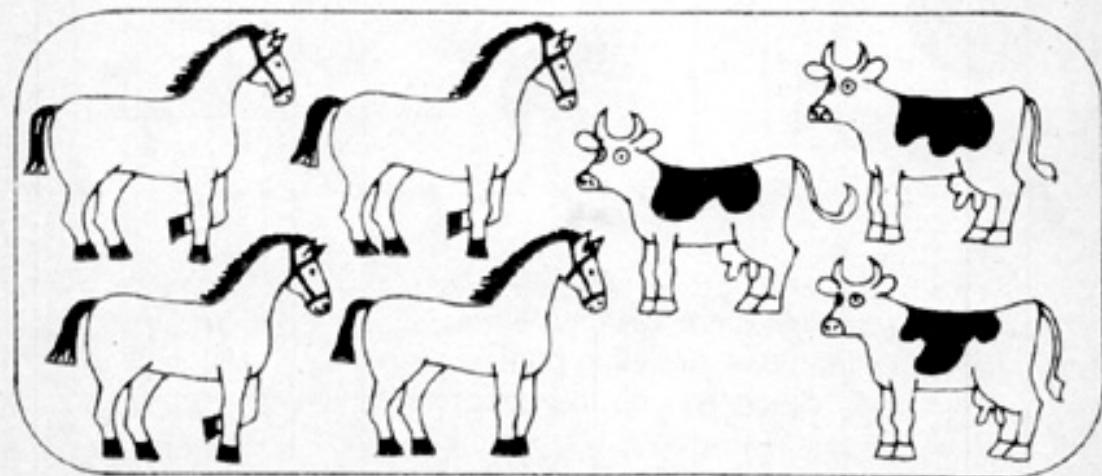
Άν περικλείσουμε τά σχήματα μέ σπάγγο ή σύρμα ή κατανόηση θά είναι εύκολότερη:



Αύτές οι έμπειρίες πού σχετίζονται μέ τήν έννοια τοῦ «περιέχεται» όδηγούν άκομη πιό μακριά. Ή κατανόηση τῆς διαφορᾶς ἀνάμεσα στό «δλα» και «μερίκα» είναι ἔνα μεγάλο βήμα πρός τήν ικανότητά τῆς λογικής σκέψης.

Μιά ἄλλη έννοια πού θά πρέπει σχεδόν ταυτόχρονα νά κατανοηθεῖ είναι ή έννοια τοῦ συμπληρώματος. Άν πάρουμε μερικά στοιχεῖα ἀπό ἔνα σύνολο καί σχηματίσουμε ἔτοι ἔνα ύποσύνολο, τότε τά ύπόλοιπα στοιχεῖα σχηματίζουν τό συμπλήρωμα αύτοῦ τοῦ ύποσυνόλου. Γιά παράδειγμα, ἀν πάρουμε τ' ἀγόρια ἀπό τήν τάξη, τό συμπλήρωμά τους θ' ἀποτελεῖται ἀπό τά κορίτσια.

Αύτό όδηγει ξανά στήν έννοια τοῦ ἀριθμοῦ:



Τό σύνολο τῶν 4 ἀλόγων περιέχεται στό σύνολο τῶν 7 ζώων. Τό συμπλήρωμά του είναι τό σύνολο τῶν 3 ἀγελάδων.

«4 ἄλογα καὶ 3 ἀγελάδες. Όλα μαζί 7 ζώα.»

Είμαστε ἔτοιμοι τώρα ν' ἀντιμετωπίσουμε σφαιρικά τό πρόβλημα τῆς κατανόησης τῆς ἐννοιας τοῦ ἀριθμοῦ.

8. ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ

Είναι πολύ σημαντικό νά γνωρίζει ό δάσκαλος τά διάφορα στάδια τής παρουσίασης τῶν νέων μαθηματικών έννοιών, ἀν θέλει νά τίς καταλάβουν πραγματικά τά παιδιά. Ἡ σωστή στιγμή γιά νά περάσει τό παιδί στό ἐπόμενο στάδιο θά ἐπιλεγεῖ ἀπό τόν παρατηρητικό δάσκαλο. Είναι ἀδύνατο νά καταστρώσουμε ἔνα ὄρισμένο πρόγραμμα γιά όποιοδήποτε παιδί.

Παρακάτω παρουσιάζονται τά κύρια στάδια στήν άνάπτυξη της άπεικόνησης, ἃν καὶ εἶναι πιθανό νά έμφανιστοῦν ένδιάμεσα στάδια ἀπαραίτητα σέ δρι-σμένα παιδιά.

ΣΤΑΔΙΟ 1

Στήν άρχη θά ήταν καλύτερα νά χρησιμοποιήσουμε τόν πιό άπλο τύπο της άντιστοιχίας ένα μέ ένα, δηλαδή ένα άντικείμενο (τουβλάκι, μπουκάλι άπο γάλα, βόλο κλπ.). γιά κάθε παιδί. Τά παιδιά θ' άρχισουν νά καταλαβαίνουν πώς, άν τό καθένα κρατά ένα βόλο, θά πρέπει νά ύπαρχουν τόσοι βόλοι όσα και παιδιά.

Στά πρώτα στάδια, πάντως, η έννοια της άνισότητας είναι πιο κατανοητή από τά παιδιά παρά η έννοια της ίσότητας.

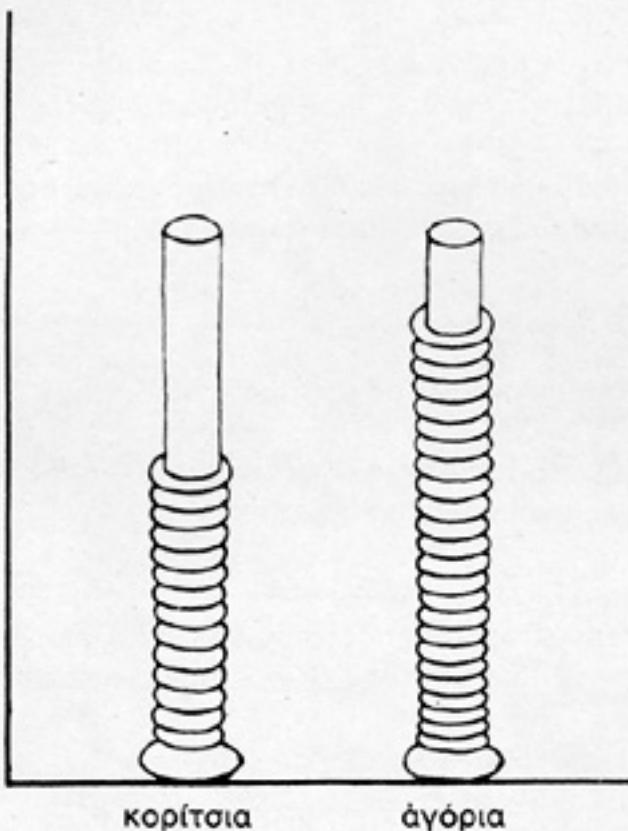
«Μεγαλύτερο», «μικρότερο», «περισσότερα», «λιγότερα» είναι τό είδος τού λεξιλογίου πού τά παιδιά θ' ἀποκτήσουν καί θά χρησιμοποιήσουν κατανοώντας το. Σκοπός μας σ' αύτό τό στάδιο είναι νά ξεκαθαρίσουμε τή χρήση τῆς λέξης «μεγάλο» καί νά βοηθήσουμε τά παιδιά νά καταλάβουν πραγματικά τή σημασία τῶν λέξεων «περισσότερα» καί «λιγότερα».

Τρεῖς τρόποι σύγκρισης του άριθμου των άγοριών και των κοριτσιών στήνετάξη μας:

- a) Σύγκριση δύο σειρών από τουβλάκια, πλακάκια ή μπουκάλια γάλατος.
Κάθε παιδί βάζει τό δικό του άντικείμενο στήν κατάλληλη σειρά:

άγορια
κορίτσια

6) Δύο ξύλινοι στύλοι ή δύο χοντρές θελόνες πλεξίματος. Κάθε παιδί τοποθετεί μιά ροδέλα ή ένα κρίκο στόν κατάλληλο στύλο:



γ) Κάθε παιδί βάζει τή δική του χάντρα στόν κατάλληλο σπάγγο. Μετά κρεμιούνται καί συγκρίνονται:



Σ' αύτό τό στάδιο δύο πράγματα είναι σημαντικά:

- a) "Οτι ύπαρχει ένα άντικείμενο γιά κάθε παιδί (δηλαδή άντιστοιχία ένα μένα).
- b) "Οτι η σύγκριση γίνεται μόνο άναμεσα σέ δύο γραμμές ή στήλες. Αύτο αποτελεί τό άπαραίτητο πρώτο θήμα γιά πιό σύνθετες σχέσεις.

Η πρόοδος των παιδιών θά έξαρτηθεί από τόν χρόνο πού θά διατεθεί γιά τή συζήτηση τών δεδομένων καί τού τρόπου παρουσίασής τους.

"Άλλες άπεικονίσεις:

Παιδιά πού πηγαίνουν στό σπίτι μόνα τους - παιδιά πού τά παίρνουν οι γονεῖς τους.

Παιδιά πού έχουν άδελφούς ή άδελφές στό σχολείο - παιδιά πού δέν έχουν άδελφούς ή άδελφές στό σχολείο.

Κατάλληλα ύλικά:

Μποροῦν νά βρεθοῦν σέ όποιοδήποτε περιβάλλον. Πρέπει όμως σέ κάθε περίπτωση νά έχουν τό ίδιο μέγεθος (π.χ. καπάκια άπό μπουκάλια μέ τίς ίδιες διαστάσεις).

Στάδιο 2

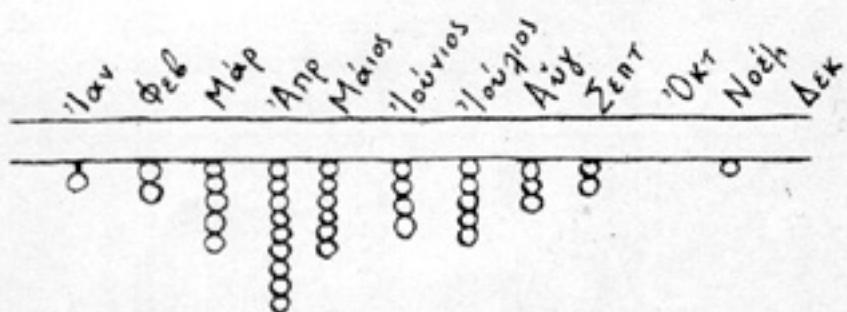
- a) Αύξανεται ό άριθμός τών δεδομένων, περνώντας άπό τή σύγκριση δύο στηλών στή σύγκριση περισσοτέρων.
- b) Χρησιμοποιείται μιά πιό προχωρημένη μορφή άπεικόνισης, π.χ. γραφική παράσταση μέ σπιρτόκουτα.

Τά γενέθλιά μας:

- a) Κάθε παιδί παίρνει ένα κουτί άπό σπίρτα, τό σκεπάζει μέ ένα χαρτί και γράφει έπάνω τό σόνομά του. Έπειτα τά κουτιά κολλιούνται στίς κατάλληλες στήλες. (Βλέπε εικόνα στή σελίδα 69). Μποροῦν νά γίνουν πολλές συζητήσεις πάνω σ' αύτή τή δουλειά.
- b) Κάθε παιδί φτιάχνει μιά ζωγραφιά γιά τόν έαυτό του πάνω σ' ένα κομμάτι χαρτί και τό κολλά στήν κατάλληλη σειρά.

Ιανουάριος	
Φεβρουάριος	
Μάρτιος	
Απρίλιος	
Μάιος	
Ιούνιος	
Ιούλιος	
Αύγουστος	
Σεπτέμβριος	
Οκτώβριος	
Νοέμβριος	
Δεκέμβριος	

γ) Κρίκοι, πού μπαίνει ο ένας μέσα στόν άλλο, κρεμιούνται άπο τόν κατάληπτο γάντζο.



Σ' αύτό τό έπιπεδο, μετά από άρκετές συζητήσεις, τά παιδιά θά γίνουν ίκανά νά σχηματίζουν και ν' άντιμετωπίζουν ένα πραγματικό πρόβλημα, π.χ. «Γεννιοῦνται πάντοτε περισσότεροι ἄνθρωποι τόν 'Απρίλιο;» Πώς μποροῦμε νά τό βροῦμε; Μήπως θά πρέπει νά μαζέψουμε κι ἄλλες πληροφορίες, γιά παράδειγμα τά γενέθλια τῶν δασκάλων, τῶν μαμάδων, τῶν μπαμπάδων, τῶν παιδιών τῆς διπλανῆς τάξης;

Άλλες ἀπεικονίσεις:

Τά χρώματα τῶν ρούχων τῶν παιδιών.

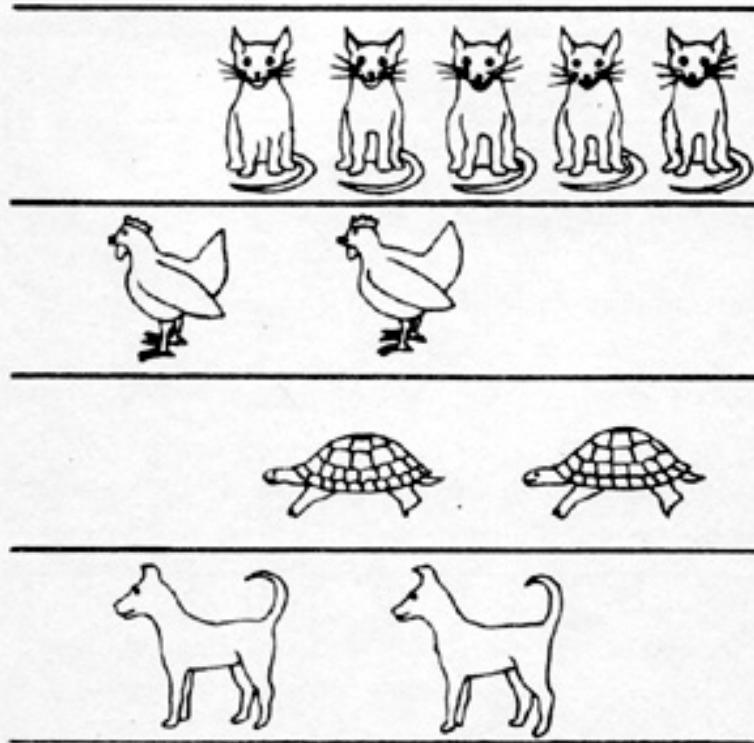
Οι συνοικίες πού είναι τά σπίτια τους.

Στάδιο 3

Όπως και στό στάδιο 2, ἄλλα ἡ ἀναπαράσταση μέ εἰκόνες ὁδηγεῖ τελικά στή χρησιμοποίηση τετράγωνων κομματιών ἀπό χαρτί. π.χ. (7 αὐτοκινητάκια) → (7 εἰκόνες αὐτοκινήτων) → (7 τετράγωνα, ἐνα γιά κάθε αὐτοκίνητο).

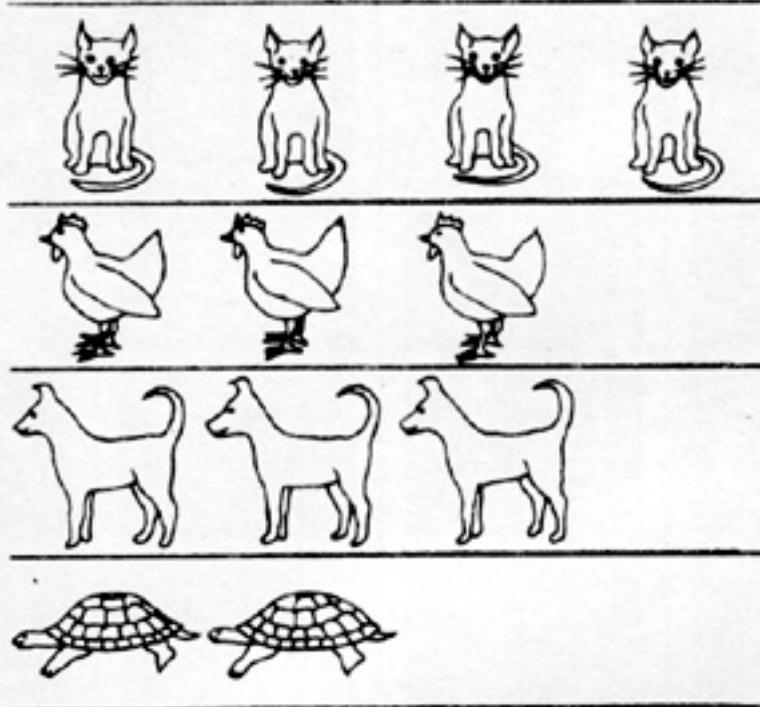
Ζῶα πού ἔχουν τά παιδιά στό σπίτι τους:

Όρισμένα παιδιά θά ἔχουν ἐνα ζώο, ἄλλα δέν θά ἔχουν κανένα καί μερικά μπορεῖ νά ἔχουν περισσότερα ἀπό ἐνα.



Στήν άρχη ζητοῦμε από τά παιδιά νά ζωγραφίσουν τά ζώα τους. Έπειτα κόβουν τίς ζωγραφιές τους και τίς κολλοῦν πάνω σ' ένα χωρισμένο μεγάλο χαρτί. Δέν δίνουμε καμμιά όδηγία.

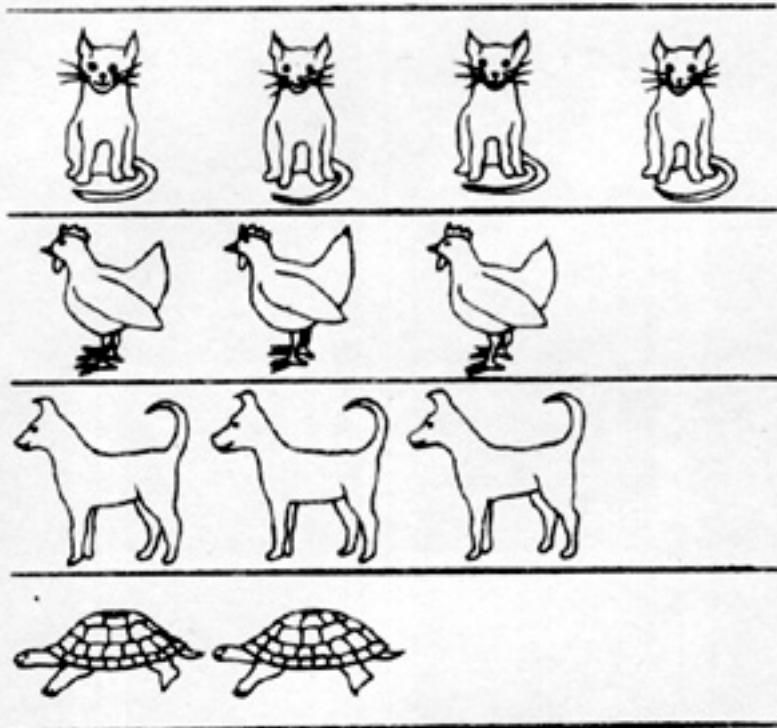
Είναι φανερό πώς τό τυχαίο κόλλημα τών εικόνων δέν μᾶς έπιτρέπει νά θγάλουμε κανένα συμπέρασμα. Αύτή ή κατάσταση μπορεῖ νά όδηγήσει σε ώφελιμη συζήτηση. Τά παιδιά θά συμφωνήσουν πώς θά ήταν καλύτερα αν ξεκινούσαν από μιά κατάλληλη θέση. Αύτό τό είδος τής άνακαλυψης θά βοηθήσει στήν κατανόηση τής έννοιας τού «άξονα».



Τώρα μποροῦμε νά δοῦμε καθαρά πώς ύπαρχουν πιό πολλές γάτες παρά σκύλοι και πιό πολλές κότες παρά χελώνες. Μεγάλη πρόοδος θά γίνει αν άφησουμε τά παιδιά ν' άντιμετωπίσουν τέτοιου είδους δυσκολίες και νά προτείνουν μόνα τους πιθανές λύσεις.

Στήν άρχη ζητοῦμε άπό τά παιδιά νά ζωγραφίσουν τά ζώα τους. "Επειτα κόβουν τίς ζωγραφιές τους και τίς κολλοῦν πάνω σ' ἔνα χωρισμένο μεγάλο χαρτί. Δέν δίνουμε καμμιά όδηγία.

Είναι φανερό πώς τό τυχαιό κόλλημα τῶν εἰκόνων δέν μᾶς ἐπιτρέπει νά θγάλουμε κανένα συμπέρασμα. Αύτή ή κατάσταση μπορεῖ νά όδηγήσει σέ ώφελιμη συζήτηση. Τά παιδιά θά συμφωνήσουν πώς θά ήταν καλύτερα ἀν ξεκινούσαν άπό μιά κατάλληλη θέση. Αύτό τό είδος τῆς άνακαλυψης θά βοηθήσει στήν κατανόηση τῆς έννοιας τοῦ «ἄξονα».



Τώρα μποροῦμε νά δοῦμε καθαρά πώς ύπάρχουν πιό πολλές γάτες παρά σκύλοι και πιό πολλές κότες παρά χελώνες. Μεγάλη πρόοσοδος θά γίνει ἀν άφησουμε τά παιδιά ν' ἀντιμετωπίσουν τέτοιου είδους δυσκολίες και νά προτείνουν μόνα τους πιθανές λύσεις.

γάτες	κότες	σκύλοι	χελώνες

Έδω τά παιδιά χρησιμοποίησαν τετράγωνα άπό χρωματιστά χαρτιά και τά κόλλησαν στίς στήλες που είχαν έτοιμαστεί άπό τόν δάσκαλο. Αύτή ή χρησιμοποίηση τετραγώνων είναι μιά πρόδοος άπό τήν χρησιμοποίηση κουτιών άπό σπίρτα ή εικόνων. Δείχνει τό μεταβατικό στάδιο άπό τήν άπεικόνιση μέ τή βοήθεια άντικειμένων τριών διαστάσεων στήν κατασκευή τυπικών γραφικών παραστάσεων.

Μέ τή βοήθεια αύτών τών άπεικονίσεων, τά παιδιά, πρίν άκόμα φτάσουν στήν άριθμηση, μποροῦν νά κάνουν συγκρίσεις, χωρίς νά χρειάζεται, γιά παράδειγμα, νά βροῦν τόν άριθμό τών ζώων σέ κάθε στήλη.

"Έτσι τώρα ο δρόμος είναι άνοιχτός γιά νά περάσουν τά παιδιά στό έπόμενο στάδιο, όπου θά χρωματίζουν τά κατάλληλα τετράγωνα πάνω σ' ένα τετραγωνισμένο (μιλιμετρέ) χαρτί και θά σημειώνουν τά άντιστοιχα νούμερα.